

重力加速度の測定 ～誤差 0.03%に成功～

熊本県立宇土高等学校 重力加速度班 2年 西村 健伸 ほか4名

1 研究の目的

重力加速度を詳しく調べてみると「9.8」という値は、場所だけでなく、時間によっても変化しており、精度が高くなると地下構造を理解したり火山噴火を予測したりすることさえも可能となるということを知った。高校物理の教科書や副教材では、打点タイマーを用いた物体の落下実験や、ストロボ撮影、アトウッドの器械、単振り子など重力加速度を求める方法はいくつか紹介されているが、それぞれにメリット・デメリットがあり、精度向上には限界があるのが現状である。しかし、近年、スマートフォンのカメラ性能の向上が著しく、高画質(1080p)での撮影も簡単にできるようになってきたため、カメラによる読み取りの精度が期待できる。加えて無料でスローモーション撮影も 240fps で撮影可能となったため、時間の精度も高まることから、これまでの重力加速度の簡易測定実験の 5～10%の誤差を 1%程度に抑えられると考え、誤差 0.1%程度の重力加速度の値を目指す。

2 研究の方法

抵抗の影響を減らしやすく、求める物理量(変数)が2つの「単振り子」を採用した。これは、求める物理量が振り子の長さ ℓ と周期 T だけでよく、周期 T の測定には、スローモーション撮影 240fps を活用することで比較的高い精度が期待できる。周期の測定は、振動の中心線の通過時刻から周期を算出して調べる。



3 結果・考察

実験結果から、振り子の振れ幅を 5 cm、2 cm、1 cm と小さくするにつれ、誤差も 1.04% (振れ幅 5 cm) から徐々に小さくなることが確認できた。また、振り子の振れ幅 1 cm の場合では、スローモーション撮影により得られた平均周期 $T=1.760\text{s}$ と、振り子の長さ $\ell=768.73 \pm 0.243\text{mm}$ を単振り子の公式 ($g=\ell \times 4\pi^2/T^2$) に代入したところ、重力加速度は $g=9.797 \text{ m/s}^2$ で、誤差を 0.03%に抑えることができた。振れ幅を小さくしたことで、支点での摩擦や空気抵抗を限りなく抑え、さらには振動の中心線の通過時刻を正確に読み取れるようになったことが成功の要因と考えられる。さらに慣性モーメントを考慮した実体振り子の式に実際の物理量を代入したところ、 $g=9.8002\text{m/s}^2$ (宇土市の重力加速度 9.800 m/s^2 と一致) となったことから、公式により求めた値は、偶然

単振り子における重力加速度 g の算出

$$g = \ell \frac{4\pi^2}{T^2}$$

※ ℓ は 0.768733 m 、 T は表の平均周期を代入

5 cm 振れ幅	時刻 t	周期 T
1	19.63	—
2	20.53	—
3	21.41	1.78
4	22.31	1.78
5	23.16	1.75
6	24.08	1.77
7	24.94	1.78
8	25.84	1.76
9	26.70	1.76
10	27.60	1.76
11	28.48	1.78
12	29.37	1.77
平均周期 T		1.760 s

$g=9.698 \text{ m/s}^2$
誤差 1.04%

2 cm 振れ幅	時刻 t	周期 T
1	7.80	—
2	8.44	—
3	9.26	1.76
4	10.00	1.76
5	11.03	1.77
6	11.97	1.77
7	12.80	1.77
8	13.75	1.78
9	14.57	1.77
10	15.48	1.73
11	16.35	1.76
12	17.25	1.77
13	18.10	1.75
14	19.01	1.76
平均周期 T		1.760 s

$g=9.747 \text{ m/s}^2$
誤差 0.54%

1 cm 振れ幅	時刻 t	周期 T
1	4.71	—
2	5.66	—
3	6.47	1.76
4	7.42	1.76
5	8.22	1.75
6	9.18	1.76
7	9.90	1.76
8	10.95	1.77
9	11.75	1.77
10	12.70	1.75
11	13.51	1.76
平均周期 T		1.760 s

$g=9.797 \text{ m/s}^2$
誤差 0.03%

追加

慣性モーメントを考慮した実体振り子で重力加速度を求める！

理由：

- ・より実験環境に近づけ、精度を向上させるため
- ・偶然性を排除するため

※慣性モーメント：回転のしにくさの程度を表す物理量 (大学で履修する内容)

$$g = \frac{4\pi^2(\ell + r)}{T^2} \left\{ 1 + \frac{2r^2}{5(\ell + r)^2} \right\} \times \left(1 + \frac{\theta^2}{8} \right)$$

によるものではないことも証明できた。これまでハイスピードカメラは非常に高価で手に入れることは不可能に近かったが、スローモーション 240fps の登場によって、誰もが持っているスマートフォンで簡単に有効数字 4 桁の精度、かつ、誤差 0.1%以下 (今回の最小誤差 0.03%) の値が得られることを示すことができた。これまで、スマートフォン撮影で重力加速度の精度を高めたという報告はなく、今回の研究により、簡易性に加え、地球上の様々な場所に移動しても比較的高い精度が得られることを証明できたことは、教育や研究の視点から見ても大きな意味を持つと考える。