熊本県知事賞

屈折率の研究Ⅲ

～測定アプリの開発に成功～

熊本県立宇土高等学校　科学部物理班　窪田 瑛仁　ほか７名

１　研究の目的

我々は、透明感の高い和菓子「水信玄餅」をボウルの半球容器に大量に作った際、表面の円周部分だけが白く色づくことを偶然発見した（図１）。水でも同様の現象が見られ、半球容器全体に媒質を満たした方がこの現象が確認しやすいことが分かった。この不思議なゾーンは、半球容器に限らず半円プリズム（アクリル製）でも確認できた（図２）。しかし、この謎を示す先行研究や文献は見当たらなかったため、全反射が影響しているという仮説を立て、この色づいて見える不思議な部分を「Ｚゾーン」と名付け、厚み２㎜の透明半球容器（R=50㎜）に水（屈折率 1.333）を満たすなどして調べた。その結果、水面の中央付近から入った光のほとんどは透過して容器の外に出射（一部は内部反射）するのに対し、水面の円周付近から入った光は、容器内で数回反射を繰り返しながら全反射して水面に到達し、出射することが分かった（図３）。さらに、このＺゾーンの幅 z は屈折率 n に依存していることが分かり、曲率半径を R とすると、関係式 $n=R/(R-z)$ が導出でき、新たな屈折率測定として「Ｚゾーン屈折率測定法」（図４）を確立した(2017 年)。これまでの測定は、デジタルカーボンノギスでＺゾーンの幅を測定してきたが、目の視差など誤差を軽減するためにカメラ撮影した画像を高機能画像処理ソフト ImageJ で解析し、幅 z の測定を行った。また、０～50%のショ糖水溶液を用い、幅 z を測定した。その結果、幅 z の測定精度が最大 12 倍に向上し、濃度の増加に応じて幅 z が規則的に増加することが確認できた。これは、高濃度の測定が安価でできることを意味している。また、半円プリズムと同型の容器を特注で用意したことで水溶液の容量が半球容器に比べ約１／４に抑えられ、かつ精度も確保できることが分かった(2018 年)。

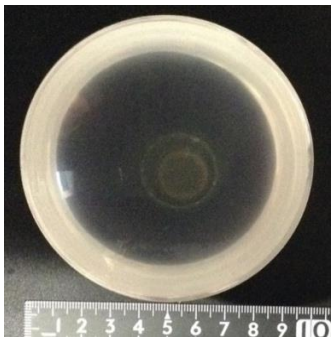

図１　半球容器にアガーを満たすと縁に不思議な現象が出現

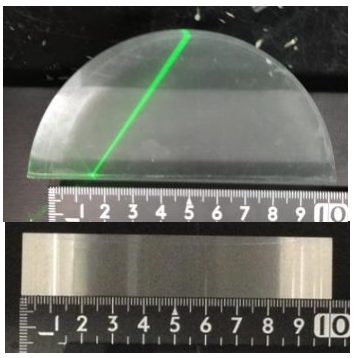

図２　半円プリズムの縁近くも白く色づいて見える

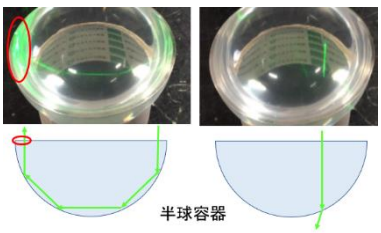

図３　Ｚゾーンから入った光は全反射して再びＺゾーンから出射（赤丸部分）

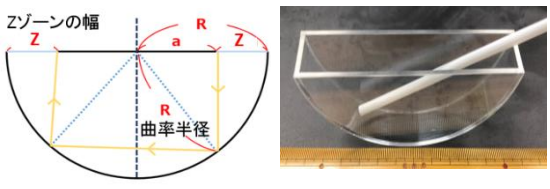

図４　屈折率が n=R/a=R/(R-ｚ)で求まることを発見。右は特注の半円容器（厚み２㎜と４㎜）

ただ、Ｚゾーンは、容器内に入射する光が入射位置や入射角度など様々な条件で複雑に重なって形成しているため、Ｚゾーン内に数本見えるひと際強い明線（図５）がどのように発生するかの原因は特定できておらず、Ｚゾーン形成の全容を解明できていなかった。また、半円プリズムは、プリズムと呼ばれながら分光現象そのものが確認できない理由もわかっていなかった。そこで今回は、①明線が出現する位置と屈折率の

関係性を明らかにし、Ｚゾーン形成のしくみと分光現象が起こらない理由を調べること、②精度の高さを担保するため、半球容器の厚みがＺゾーンの幅にどれだけの影響を与えるのか調べること、③屈折率測定の簡易化と水溶液濃度の自動測定を実現するため、カメラアプリの開発・実装を行うことを目的とする。

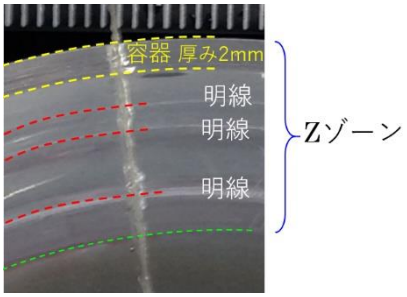

図５　Ｚゾーン内に数本見える、ひと際強い複数の明線

２　研究の方法

①については、まず明線が出現する位置（Z_a～Z_d）を測定する。※容器の端から各明線までの距離を内側から順に Z_a、Z_b、…とする（図６）。

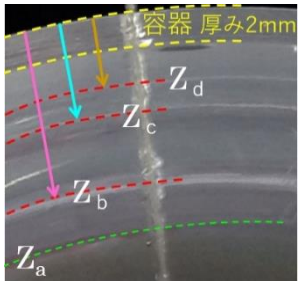

図６　各明線を実測値とシミュレーション値で検証

次に、入射位置や入射角度、全反射の回数といった３つの変数を同時に扱いながら出射位置や出射角度を求める必要があるため、新たにMathematica（ウルフラム言語）でプログラミング解析を行い、実測値と比較する。

②については、シミュレーション解析ソフト GeoGebra や Mathematica を用い、厚みによって屈折率にどう影響するかを調べる。

③については、アプリ開発環境に iOS 機種向けの専用開発ツール Xcode を用い、メインコードは Swift でプログラミングを行い、画像処理の部分にのみ OpenCV（Objective-C）を用い、実装するためのスマートフォンの機種は iPhoneXR とする。

３　結果・考察

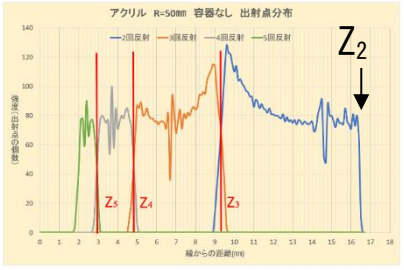

図７　明線は反射回数に応じた全反射の層が作り出していることが判明

実験結果から、容器内で１回のみ全反射する光線は存在せず、Ｚゾーン内のひと際強い明線は反射回数に応じた全反射の層を作り出していることがわかり、実測値（表１）との一致も確認できた。また、全反射２回の光線がＺゾーンの幅、つまり屈折率を決定していることを特定した（図７のグラフは Z_a～Z_d を Z_2～Z_5 に置換したもので、添字は反射回数を表す）。さらに、容器の厚みによって全反射３回以上の光線が作り出す明線の位置は変化するが、Ｚゾーンの幅（Z_2 の値）、つまり屈折率には全く影響ないことが確認できた（表２、３）。

表１　アクリルの実測値

	Z2	Z3	Z4	Z5
縁からの距離（mm）	16.4676	9.37060	4.98020	3.24395
標準偏差SD	0.09257	0.03656	0.03495	0.02854
標準誤差SE	0.02070	0.008174	0.007814	0.006381

表２　Mathematica による水のシミュレーション値

厚さ	Z2	Z3	Z4	Z5
0mm	12.5	9.25	4.85	2.95
2mm	12.5	9.75	5.45	3.85
4mm	12.5	10.2	6.4	5.05

表３　ImageJ によるの水の実測（厚み２mm）

	Z2	Z3	Z4	Z5
縁からの距離（mm）	12.5005	9.77265	5.75435	3.82115
標準偏差SD	0.04589	0.08120	0.2331	0.04515
標準誤差SE	0.008378	0.01816	0.05213	0.01010

Ｚゾーンが白く色づいて見える理由としては、容器内では色によって屈折する方向が異なるものの全反射して再び水面に戻ったときには１点に集まり、そして全反射する光どうしが出射位置（Ｚゾーン内）で重なり合うためと分かった（図８）。加えて、アプリが実装できたことで屈折率測定の簡易化と水溶液濃度の自動測定が可能となった（熊本県立大学協力のもと特許出願準備中）。