

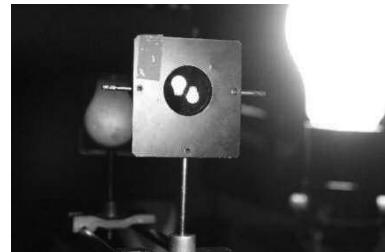
数式化に成功！副実像は未来の新センサー？

～ 凸レンズがつくる実像を探るIV ～

熊本県立宇土高等学校 2年 科学部物理班

1 研究の目的

4年前、先輩が一般的に知られている実像とは異なる二つの像を凸レンズの前後に発見し、それらの像を“副実像”と名づけ研究をしてきた。私たちはその研究を引き継ぎ、発生のメカニズムや性質について研究している。昨年までの研究により、ゴーストの一部は強い光源の副実像によるものであること、凸レンズの内部反射による魚眼現象で、光源が光軸から外れていても副実像が出現すること、副実像が映り込むことで心霊写真のようなものができることが分かった。また、副実像は手作りの水レンズでも出現することなどが確認できた。今回は、これまでの3年間の研究内容を整理し、疑問点を解決する。さらに、副実像の出現位置の数式化と、その検証を行う。



「倒立の副実像と実像が出現」
レンズ奥のスクリーンに映っているのが本来の実像で、レンズ付近の倒立像が前方の副実像。正立像は虚像で、後方の副実像はスクリーン側から観察しない見えない。

2 研究の方法

- (1) 凸レンズや平凸レンズに出現する魚眼現象のしくみを調べ、GeoGebra を用い検証する。
- (2) 副実像の出現位置の数式化への挑戦

3 研究の内容

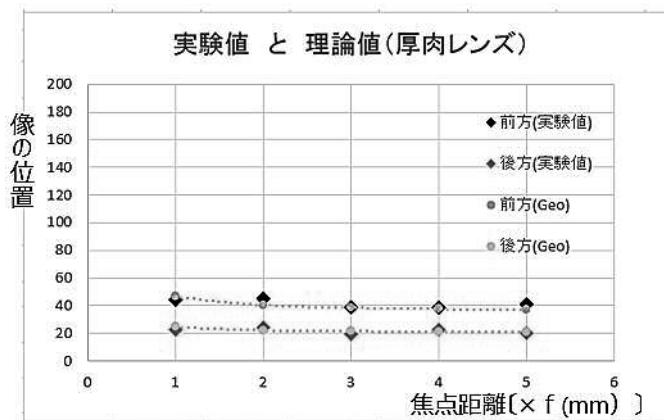
- (1) 昨年、レンズの内部反射によって魚眼現象が生じていることを突き止めている。そこで、魚眼現象とはそもそもどのようなしくみなのかを調べ、レンズによって出現する魚眼現象のしくみを解明する。
- (2) 光線追跡を行い、副実像の出現位置の数式化を目指す。

4 研究の成果

- (1) 水中の魚は、水の全反射の性質を利用して水面上の視界を超広角で捉えられることを確認した。これにより、水中の魚は、水面上の 180° の視野を、円形（超広角の視野を出現範囲 97°）に圧縮して水面上の気配を感じ取れることがわかった。また、レンズがつくる複雑な魚眼現象（超広角の視野の出現範囲）は、フリーソフト GeoGebra を用いて確認できた。
- (2) レンズの中心の厚さ S 、屈折率 n 、曲率半径 R の凸レンズ主実像の焦点距離 f は、
$$\frac{1}{f} = \frac{2(n-1)}{R} - \frac{(n-1)^2 S}{nR^2}$$
 で表される^{[1], [2]}ことを、行列計算で確認した。その後、副実像の出現位置の数式化に挑んだ。

その結果、薄肉レンズの場合、前方： $\frac{1}{f} \cong \frac{2n}{R}$ 、後方： $\frac{1}{f} \cong \frac{4n}{R}$ となり、写像公式 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ より、 $a = \infty$ のとき、2つの副実像は、 $b \cong -\frac{R}{2n} = -50mm$ 、 $b \cong \frac{R}{4n} = 25mm$ に出現することを示した。これは、実験値に近く、平行光線が入射したときの副実像の位置（近似）は、それぞれ焦点距離 f の $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$ 倍であることをつきとめた。

GeoGebraで作成した副実像のアプリケーションを使い、理論値と実験値を比較すると、値がほぼ完全に一致した。また導出した数式を「エクセル」に入力しても一致した。よって、手計算によって算出した数式は正しいと考えられる。



[図18]副実像の位置 ($f=150mm$)

5 最後に…

先輩方が残してくれたデータから疑問点を洗い出し、謎を解決することで、副実像の全容を解明することができた。特に、副実像の位置を数式化できたことにより、物理の教科書や入試問題などで副実像についての記述を考慮する必要性があることを高めることができたと感じている。

＜今後の展望と課題＞私たちは現在、昆虫が副実像を捉えている可能性を考えている。例えば、バッタの眼の構造は、焦点距離は約600ミクロンに対し、網膜の位置はレンズから約110ミクロンである^[3]。もし、バッタの眼に副実像が出現するとすれば、およそ75ミクロン以上の位置になることから、副実像は網膜の位置に出現すると考えることもできる。その他の昆虫も、網膜の位置と焦点の位置がかなり離れていることがわかっているため、もし、昆虫の眼に副実像が写っているのかどうか調べることができればおもしろいと感じている。

他に、宇宙にはドメイン・ウォール (domain wall) も存在することが予想されていることから、もし、レンズ状に近い曲面のドメイン・ウォールがあるとすれば、副実像のような現象も起こる可能性も出てくると考えられる。

＜感想＞光は自然界の重要な構成要素の一つであり、ガラスやレンズというものは身近な日常から地球上の自然界、そして宇宙の観測や現象にも関わってくるものなので、副実像のような現象を理解することは大変重要であると感じている。また、大学でしか習わない行列計算のしくみを学ぶことができ、研究のおもしろさを感じることができた。

＜謝辞＞本研究を、直接ご指導を頂いている科学部顧問の梶尾滝宏先生に感謝致します。また、本研究を進めるにあたりアドバイスをいただいた福岡教育大学大後研究室の大後忠志教授、各分野の視点での知識や示唆を頂いた東京大学先端科学技術研究センター神崎・高橋研究室の加沢知毅先生、カブリ数物連携宇宙研究機構の難波亮先生に感謝致します。特注レンズ製作への協力並びに知識を頂いたシグマ光機株式会社様に感謝申し上げます。

＜参考文献＞

- [1] 「光学」東京大学 黒田和男 [2] 「ヘクト光学I -基礎と幾何光学-」Eugene Hecht著
尾崎義治・朝倉利光 訳 [3] 「昆虫の視覚受容器」蟻川謙太郎（総合研究大学院大学）