

屈折率の研究

～ Zゾーンによる減光機能の活用～

熊本県立宇土中学校・宇土高等学校 科学部物理班

1 研究の目的

我々は、透明感の高い和菓子「水信玄餅」があることを知り、材料のアガー（寒天の一種）を用いてボウルなどの半球容器に大量に作った。その透明感と弾力性に驚いたと同時に、表面の円周部分だけが白く色づき光の反射の様子が異なることに気付き、すぐに媒質を水に換えて調べたが同様の現象が見られた。また、アクリル製の半円プリズムでも縁が色づいていることが確認できた。先行研究を調べたが、その答えを示す文献は見当たらなかったため、自分たちで調べた結果、この現象は全反射によって出現することがわかった。このゾーンをZゾーンと名付け、さらに、この幅 z と曲率半径 R 、媒質の屈折率 n との関係が $n = R / (R - z)$ との結論に達した。ただ、濃度と幅 z の関係を調べるまでには至っていなかった。また、幅 z の測定自体は、比較的簡単で、誤差 1% 程度の精度が得られるものの、測定者の個人差や眼の視差により、精度のばらつきがみられることも課題であった。そこで今回は、半球容器に加え、溶液量が少量でも測定可能な半円プリズム形状の容器を製作し、再現性の高い計算処理が行える画像解析ソフト ImageJ を採用して、カーボンノギスとの比較やシヨ糖の濃度測定等を行った。追加実験として Zゾーンによる透過光の減光率も調べた。

2 研究の方法

(1) 画像解析による精度向上を目指した測定

固定カメラで上面から撮影し、ImageJ で解析し、カーボンノギスのデータと比較する。

(2) シヨ糖を用いたときの濃度と幅 z の関係を調べる（特注容器を使用）

上白糖（シヨ糖 97.8%）を wt 0 ~ 50%（5% 毎）の範囲で水溶液を準備する。

(1) と同様、撮影画像を解析し、幅 z を求める。測定は 30 回 × 10（5% 毎）× 2 セット行う。

(3) Zゾーンによる減光率を調べる

半球プリズム 1 個と最密配置した半球プリズム（ガラス製、20mm）の減光率を調べる。

3 結果

(1) 画像解析により、図 1 の結果が得られた。



図 1 カーボンノギスとの比較

(ImageJ / $R=50\text{mm}$ の $SD = \pm 0.046$, $n=15$)

カーボンノギス（誤差 1% 以下の精度）での測定に比べ、画像処理（ImageJ）の方が誤差は小さく、精度が 10 倍以上に向上（基準容器 $R=50\text{mm}$ ）することがわかった。また、媒質の厚み

表 1 カーボンノギスとの誤差比較

カーボンノギス					ImageJ				
曲率半径 (mm)	50	75	100	125	曲率半径 (mm)	50	75	100	125
溶媒	水				溶媒	水			
屈折率 (真値)	1.333				屈折率 (真値)	1.333			
z幅	12.37	19.14	24.92	31.88	z幅	12.50	19.03	25.01	31.17
標準偏差	0.364	0.275	0.486	1.659	標準偏差	0.046	0.233	0.410	0.203
屈折率 (実験値)	1.329	1.343	1.332	1.342	屈折率 (実験値)	1.333	1.340	1.334	1.332
誤差 (%)	0.312	0.723	0.082	0.702	誤差 (%)	0.026	0.531	0.039	0.065
誤差平均	0.455				誤差平均	0.165			

精度 12 倍向上
($R=50\text{mm}$)

精度 2.8 倍向上 (平均)

によらず、Zゾーンが出現することが確認でき、かつ、特注容器でも同データ、同等の精度向上が得られたことから、これ以降の測定は「特注容器」を使用することにした。

(2) 上白糖(シヨ糖 97.8%)を用い、5%ずつ0~50%の範囲で濃度を变化させた。すると、濃度の増加によって幅 z、つまり屈折率が規則的に变化することを確認した(図2)。ここで、文献値比較(SHIMADZU 屈折率と濃度参照)も行った。標準誤差の平均は±0.014mmで、且つ、文献値と一致したことから、Zゾーン幅の測定でも精度が高いことが証明された。

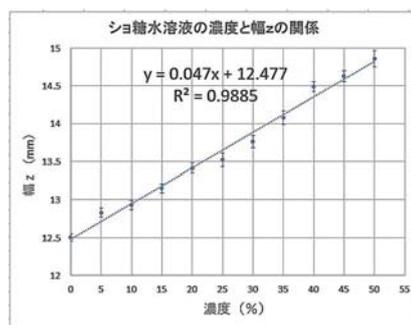


図2 シヨ糖濃度と幅zの関係 (ImageJ / SE = ±0.014mm、n = 30、25) 拡大図

(3) 半球プリズムの近接部分ではカット率はマイナス(カットではなく、集光するため)に表示してある。半球プリズムから、ある程度離れるとカット率は徐々に増加していくことが確認できた。また、半球プリズムの多数最密の配置の場合、プリズムからの距離によらずカット率はほぼ一定(約4割カット)の値となった(図3)。

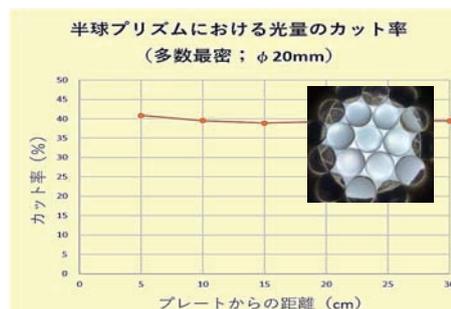
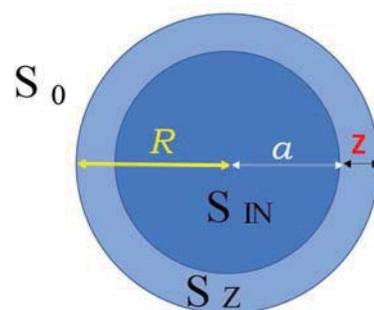


図3 カット率(半球プリズム最密配置、n = 10)

4 検証・考察

濃度によってZゾーンの幅が規則的に变化し、精度も有することから簡易的な濃度測定としても十分応用できることがわかった。また、アクリル板の下面に半球形状(R=1mm)の水滴を付着させ、真上から観察したところ、Zゾーンが確認されたことから、将来的には、半径数mmの小さな半球容器に出現するZゾーンをスマートフォンなどで読み取るだけで、屈折率や糖度の測定が可能と思われる。ここで、改めて半球容器内の光路の様子を確認すると、凸レンズの光量はあまりカットされていないのに対して、半球プリズムの光量はカットされていることが確認できる。これは、Zゾーンによって減光されるのが原因と考えられるため、面積比を導出した。その結果、Zゾーンの占有面積



$$S_0 = \pi R^2, S_{IN} = \pi a^2, n = \frac{R}{a} = \frac{R}{R-z} \text{ より}$$

$$S_Z = \pi R^2 - S_{IN} = \pi(R^2 - a^2)$$

$$Z\text{ゾーンの占有面積}(\%) = \frac{S_Z}{S_0} = \frac{R^2 - a^2}{R^2} = 1 - \frac{1}{n^2}$$

図4 幅zと面積比SinとSz

は、 $n=1.333$ (水)のとき44%、 $n=1.515$ (ガラス)のとき56%となり、面積比はおよそ1:1となることから、Zゾーンによって光量の約半分がカットされる。そのため、4割カットという実験値は、理論値に近いことが確認できた。約1割の誤差は、最密配置にも「隙間」があること、また、Zゾーンは平行光線ではなく、斜め方向からの光線によって存在することがわかっている(先行研究2017)ことの影響によるものと思われる。以上のことから、Zゾーンの減光率を活かすと、透明な素材であってもプラスチック密閉容器のふたの裏に半球形状のドットを施すだけで油や野菜などの食品光酸化を防ぐなど、新たな機能も見えてきた。

5 参考文献

「屈折率と濃度(シヨ糖/スクロース水溶液)」「屈折率の波長依存性」 島津製作所