

液体の屈折率の研究 ～簡単な測定法を発見～

熊本県立宇土中学校・宇土高等学校 科学部物理班 成松 紀佳 ほか5名

1 研究目的

寒天やゼラチンよりも透明感がある、最近話題の水信玄餅に興味を持ち、材料のアガー（寒天の一種）を手に入れてボウルなどの半球容器に入れて作った。透明度が高くて弾力があり、常温でも凝固することが確認できた〔図1〕。このとき、表面の周辺部分の光の反射の様子が中心部とは異なり、この不思議な現象に大変興味を持った。アガーの代わりに水を満たした場合〔図2〕や、半円プリズム（アクリル材質、スモーク付）でも同様の現象が確認でき〔図3〕、この周辺部にレーザー光を当てると入射部の反対側付近からレーザー光が出射することが確認できた〔図4〕。先行研究を調べても、水面の周辺部分だけが光の反射の様子が異なること等の記載のある文献等は確認できなかった。そこで、我々は、この光の反射の様子が異なる周辺部分を「全反射ゾーン（Zゾーン）」と呼び、Zゾーンの幅（幅 z ）は屈折率に関係しているという仮説を立て、深さや媒質、曲率半径を変えて調べることにした。



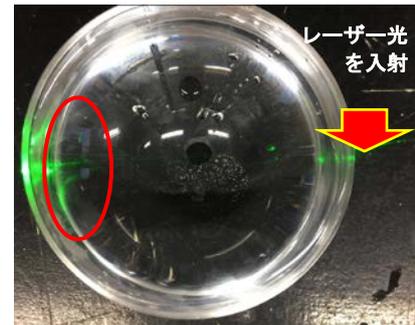
【図1】アガーで実際につくった水信玄餅（みずしんげんもち）



【図2】半球容器に水を満たした際の周辺部（矢印）の様子



【図3】半円プリズムの縁の部分が白く色づいて見える



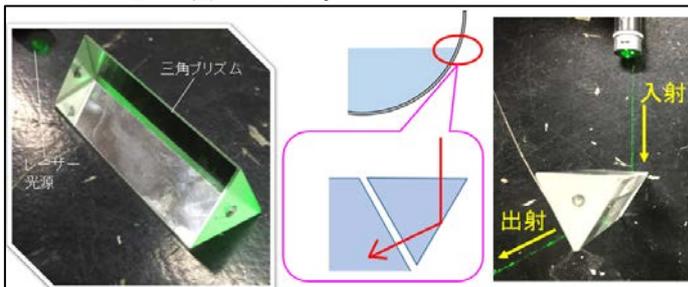
【図4】レーザー光を右側のZゾーンに当てると左側から出射した

2 実験方法

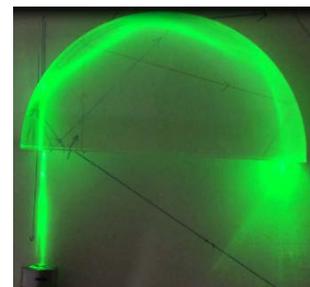
半球容器、三角プリズム、半円プリズムを用意し、半球容器を満たす媒質には水、アガーを用いた。測定にはデジタルカーボンノギスを使用した。写真拡大による測定も行った。実験方法は、白色光による半球容器（ $R=50\text{mm}$ ）いっぱいには水やアガーを満たして、曲率半径 R と幅 z との関係調べる。また、半円プリズム（ $R=50\text{mm}$ ）における幅 z を測定する。

3 結果

周辺部分の不思議な現象は全反射が原因と考え、水面の縁の部分三角プリズムに見立ててレーザー光を入射させたところ、全反射が確認できた。半円プリズム内では複数回の全反射が起きていることも確認できた。



【図5】水面の縁の部分三角プリズムに見立ててレーザー光を入射



【図6】半円プリズム内の全反射

実験から、白色光によるZゾーンの幅 z は、媒質によって異なることがわかった。また、曲率半径 R が小さくても測定精度は低下せず、誤差は約1%に抑えられることがわかった。また、ナ

トリウムD線で測定すると、精度をさらに向上できることもわかった。さらに、 $R=50\sim 125\text{mm}$ (媒質；水、光源；白色光) をグラフで示すと、幅 z は曲率半径 R に比例することがわかった。

4 考察

観察からわかるように、周辺部にあるZゾーンの幅はどの位置でも同じであるのに、実際にレーザー光線をZゾーンの端から鉛直入射させて測定してみると、入射幅 (Z_{in}) と出射幅 (Z_{out}) は一致しなかった。そのため、GeoGebra で光線を鉛直入射させ、全反射する条件の下で Z_{in} を変化させて調べた。シミュレーション値の結果から、 Z_{out} が最大を取るのは半球内で全反射を2回したときで、その最大値は $Z_{out} = 1.576$ であることがわかった。これは、幅 z (1.64) よりも小さく、鉛直入射による光線だけではZゾーン全てをカバーできないことを意味する。

そこで、入射点を変えながら傾けて光線を入射させた ($Z_{in}=0\sim 1.64$, 0.25 毎) ときの出射幅を調べた。その結果、出射幅の最大値は 1.64 ($Z_{in}=1.60$ のとき) となり、幅 z と一致した。これにより、平面部から様々な角度で入射した光線のうち、全反射した光線だけが、再び平面部に戻り、Zゾーンを形成することがわかった。次に、Zゾーンの幅が何の情報をもつのか (屈折率の情報を持たないか) を検証する。前述の通り、幅 z は曲率半径 R に比例することから、曲率半径 R や、幅 z 等をもとに R/z 値や R/a 値を算出したところ、 R/a 値が水の屈折率に一致することがわかった。

図7の直角三角形OPQに着目すると、

$$a = R \sin \theta_0 \quad \text{より} \quad \sin \theta_0 = \frac{R}{a} \quad \dots \text{①}$$

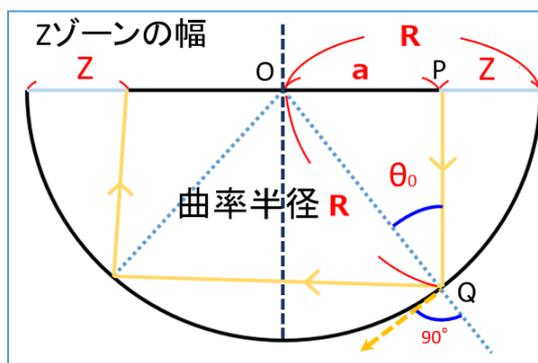
また、鉛直入射した光線が点Qで全反射するとき、屈折率の法則から、

$$n \cdot \sin \theta_0 = 1 \cdot \sin 90^\circ \quad \therefore \sin \theta_0 = \frac{1}{n} \quad \dots \text{②}$$

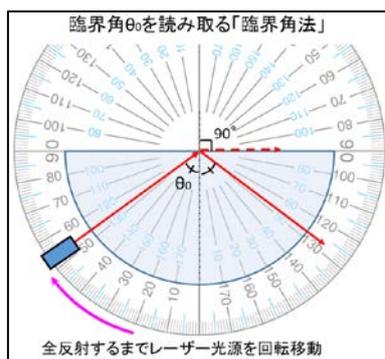
①、②より $\frac{R}{a} = \frac{1}{n}$ となり、

屈折率 n は $n = \frac{R}{a} = \frac{R}{R-z} \quad \dots \text{③}$

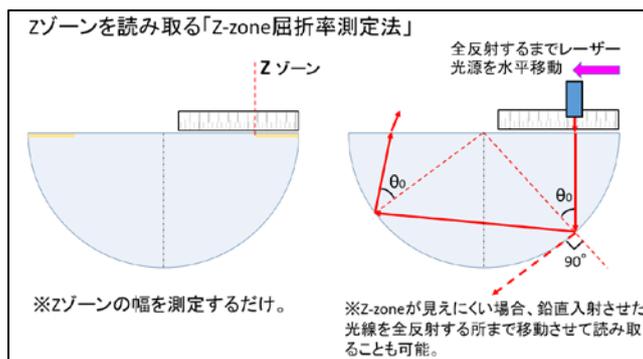
で表されることがわかった。



【図7】半球容器のZゾーンの幅 z 、曲率半径 R



【図8】臨界角法



【図9】開発した「Z-zone 屈折率測定法」

5 結論

幅 z は、曲率半径 R と媒質の屈折率 n のみに関係し、 $n = R / (R - z)$ という関係式を導出することに成功した。GeoGebra を用いて測定環境をリアルに再現したところ、実験値と一致することも確認できた。「臨界角法」は、全反射する瞬間の角度 (臨界角 θ_0) を計測するという動的な測定を伴うため、精度の向上にも限界があるが、開発した「Z-zone 屈折率測定法」は、暗室下やレーザー光源等の使用などの制約が少なく、半球容器と測定したい媒質があれば、Zゾーンの幅を測定するだけですぐに導出でき、白色光でも誤差も数%程度に抑えられることがわかった。