

高等学校第2学年 数学科 学習指導案

期 日 平成24年11月9日(金) 第2校時
 場 所 熊本県立鹿本高等学校 2年1組教室
 指導者 教諭 徳永 寛毅

1 単元名
 「微分法と積分法」 (改訂版 数学Ⅱ 数研出版)

2 単元について

(1) 単元観

微分・積分の概念は、いろいろな事象を数理的に扱うのに有用である。様々な関数の微分・積分については「数学Ⅲ」で扱う。ここでは、簡単な関数に限定して、瞬間の速さや面積などの具体的な事象の考察を通して微分・積分の考えを理解させ、その考えのよさを認識できるようにするとともに、関数の値の変化を調べるなど、事象を数理的に考察し処理する能力を伸ばしたい。

(2) 系統観

中学校第2学年	中学校第3学年	高等学校第1学年	高等学校第2学年
□一次関数 ・事象と一次関数 ・一次関数のグラフの特徴と利用 ・二元一次方程式と関数との関係	□関数 $y=ax^2$ ・事象と関数 $y=ax^2$ ・関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴と関数のとる値の変化の割合	□二次関数 ・二次関数とそのグラフ ・二次関数の値の変化	□微分・積分の考え ・微分係数と導関数 ・導関数の応用 ・不定積分と定積分 ・面積

(3) 生徒観

- 本クラスは普通科・体育コースで、男子37人、女子5人、計42人である。
- 明るく元気なクラスである。授業中も発言が多く、進めやすい反面、気を許すと授業が脱線してしまう可能性が高い。
- 宿題を含めた家庭学習の習慣が無い生徒が多い。
- 既習事項の定着度合いとして
 - ① $f(x) = 2x^2$ のとき $f(3)$ の値を求めよ。・・・正答率 87.8% (36/41)
 - ② $y = (x-1)(x+1)(3-x)$ を展開せよ。・・・正答率 58.5% (24/41)

(4) 指導観

- 速さの概念に続いて平均変化率、微分係数を取り上げるが、これら2つの対象を並列的に取り上げるのではなく、結びつきに留意して、極限の概念の定着を図るようにする。
- 平均変化率から微分係数の概念を導く際、これを関数のグラフ上で考察し、曲線の接線が現れてくことで、微分係数の図形的な意味が接線の傾きと結びつくようにする。
- 微分積分法を単なる計算問題として捉えさせるのではなく、定義をしっかりとおさえ、グラフをかいたり、面積を求めるために有用であることを理解させるようにする。
- クラス全体への発問に対して、特定の生徒数人が答える場面が多いので、スローラーナーの考える時間をつくりたい。
- 明るく前向きな雰囲気を生かし、十分に理解している生徒を中心に互いに教え合う授業を展開していきたい。
- 数学に対する理解度(定着度)の差が大きいため、苦手な生徒には「やればできる」という自信を持たせ、得意な生徒には「気を緩ませない(飽きさせない)」よう、指導の工夫もしていきたい。

Bプロジェクト 学習評価と指導の改善の観点から

- 本単元で評価する思考力、判断力、表現力等とは以下のとおりである。
- ・平均の速さと瞬間の速さに興味をもち、平均変化率や微分係数との関連を考察しようとする力。
 - ・平均変化率および微分係数の図形的な意味を理解する力。
 - ・微分係数を関数的にとらえ、導関数を定義することができる力。
 - ・微分係数の図形的な意味と、直線の方程式の公式から、接線の方程式の公式を考える力。
 - ・定点Cから曲線に接線を引くとき、接点Aにおける接線が点Cを通ると読み替える力。
 - ・接線の傾きで関数の増減が調べられることを理解できる力。
 - ・最大値・最小値と極大値・極小値との違いを、明確に意識して考察できる力。

- ・方程式の実数解の個数を，関数のグラフと x 軸の共有点の個数に読み替えて考察ができる力。
- ・不等式を，関数のグラフと x 軸との上下関係に読み替えて考察できる力。
- ・微分法の逆演算としての不定積分を考察することができる力。
- ・上端が x である定積分を， x の関数とみる力。

これらの本単元の思考力・判断力等を，単元の途中，終了時に，計画的にパフォーマンス課題を設定し，可視化を図る。このパフォーマンス課題を基に知識・技能を活用する学習活動を中心に授業設計を行うことで，生徒に身に付けたい力を明確にして，授業を展開するようにする。当然パフォーマンス評価の結果については，指導と評価の一体化を図り，補充学習を入れたり，授業改善に役立てるようにする。

3 単元の目標と評価基準

<p>単元の目標</p>	<p>具体的な事象の考察を通して微分・積分の考えを理解し，それを用いて関数の値の変化を調べることや面積を求めることができるようにする。</p> <ol style="list-style-type: none"> ①関数の平均変化率の意味を考え，その極限として関数の変化率すなわち微分係数を導入し，更に，導関数を定義する。また，グラフの接線の傾きと対比して，変化率や導関数の意味を具体的に理解させる。 ②関数の極限值については直感的に指導し，それを用いて変化率や導関数の計算を行う要領を理解させ，簡単な関数の導関数を計算する方法に習熟させる。 ③曲線の接線の傾きと関連して，関数の増加・減少と導関数の値の正負との関係を明らかにし，極大・極小などを調べて関数のグラフを考察させる。 ④関数の増減，極値から，関数の最大値，最小値を求めたり，方程式・不等式の問題への応用を理解させる。 ⑤微分法の逆演算としての不定積分の意味を理解させ，多項式で表される関数の不定積分の求め方を理解させる。 ⑥面積を表す関数 $S(x)$ は，関数 $f(x)$ の不定積分の1つであることを示し，積分と面積の関係を理解させる。 ⑦定積分の基本的な性質を理解させ，それに基づく計算法に習熟させる。 ⑧定積分の応用として，平面図形の面積を求める方法を把握させる。
<p>数学への関心・意欲・態度</p>	<ol style="list-style-type: none"> ①極限や微分法の考え方に興味をもって取り組もうとしている。 ②微分法を用いて，グラフをかくよさに気づこうとしている。 ③関数どうしが囲む部分の面積を定積分で表し，計算で求めようとしている。
<p>数学的な見方や考え方</p>	<ol style="list-style-type: none"> ①平均変化率や微分係数の図形的な意味を捉えることができる。 ②定点 C から曲線に接線を引くとき，接点 A における接線が点 C を通ると読み替えることができる。 ③接線の傾きが，グラフの増減を表していることを考察することができる。 ④方程式の解の個数や不等式の証明を，グラフと x 軸との位置関係に読み替えて考察することができる。 ⑤定積分と図形の面積の関連について考察することができる。
<p>表現・処理</p>	<ol style="list-style-type: none"> ①平均変化率，微分係数および導関数を求めることができる。 ②曲線の接線の方程式を求めることができる。 ③導関数を利用して，関数の増減およびグラフをかくことができる。 ④方程式や不等式において，グラフと x 軸との位置関係を用いて処理することができる。 ⑤定積分の値を求めることができる。 ⑥図形の面積を定積分で表し，求めることができる。
<p>知識・理解</p>	<ol style="list-style-type: none"> ①平均変化率，微分係数および導関数についての定義を理解している。 ②微分係数が接線の傾きを表すことを直観的に理解している。 ③導関数の符号が，グラフの増減を表していることを理解している。 ④微分法の逆演算としての不定積分の意味を理解している。 ⑤不定積分において積分定数が必要であることを理解している。

- ⑥定積分の計算方法を理解し、上端が x である定積分が x の関数であることを理解している。
 ⑦面積の求め方を理解している。

4 指導・評価の計画(22時間取り扱い 本時5/22)

次	時	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点 ※プロジェクトの視点から	評価基準(評価方法)
第1節	1	○平均の速さと瞬間の速さについて考える。 ○平均変化率と微分係数の定義を知る。 ○極限値の定義を学び、微分係数をlimを用いて表す。	・ $x = a$ とすることではなく、 x が a と異なる値をとりながら a に限りなく近づくことであるということを強調する。 ※瞬間の速さと微分係数との関連を考察させる。	知識・理解①(観察) 平均変化率と微分係数の定義を理解している。 表現・処理①(ノート) 平均変化率と微分係数を求めることができる。
	2	○微分係数の図形的な意味を考察し、理解する。 ○微分係数を関数的にとらえ導関数を定義する。 ※パフォーマンス課題に取り組む。	・ 数学的な定義による傾きが、直観と一致することを確認する。 ※パフォーマンス評価により、思考力・表現力等を可視化し、次時の指導にいかす。	見方や考え方①(発言・振り返りカード) 微分係数の図形的な意味が接線の傾きであることを捉えることができる。 ※パフォーマンス評価
	3	○導関数の性質を利用し、種々の導関数の計算をする。 ○公式を用いた導関数を利用して微分係数を求める。 ○3つの条件が与えられた場合に2次関数を求める ○変数が x 、 y でない場合の微分を理解する。	・ 導関数を表す種々の記号を理解させ、適切に扱えるよう理解させる。 ・ 微分係数を求める際は導関数を利用するほうが有用であることをおさえる。 ・ 3個の未知数を決めるためには、条件が3個必要であるという構造を理解させる。	表現・処理①(ノート) 導関数や2次関数を求めることができる。
	4	○節末問題に取り組む。	・ 基本的な学習内容をしっかりとおさえ直す。	知識・理解①, 表現・処理①(ノート) 正しく解くことができる。
第2節	5	○曲線上の点における接線の方程式を求める。 ○曲線上にない点から曲線に引いた接線の方程式を求める。 ※確認テストに取り組む。	・ 接線は直線であることを確認する。 ・ 直線の方程式は”傾き”と”通る点”がわかれば求めることができることを思い出させる。 ※円外の点から円に引いた接線の方程式も思い出させる。	表現・処理②(ノート) 接線の方程式を求めることができる。 見方や考え方②(発言・振り返りカード・確認テスト) 定点Cから曲線に接線を引くとき、接点Aにおける接線が点Cを通ると読み替えることができる。
	6	○関数の増減と導関数の符号の関係について考察し、増減表をつくる。 ※パフォーマンス課題に取り組む。	※接線の傾きと導関数の符号の関係を考えさせる。 ・ 導関数の符号から導ける関数の増減の関係を表に示したものが増減表であることをおさえる。	見方や考え方③(振り返りカード) 接線の傾きが、グラフの増減を表していることを考察することができる。 ※パフォーマンス評価
	7	○増減表をもとにしてグラフをかく。 ○極値を理解する。	・ 極値以外にも y 軸との交点などを求めてかく。増減だけのいい加減なものにしないよ	表現・処理③(ノート) 導関数を利用して、関数の増減およびグラフをか

の 応 用			うにさせる。	くことができる。	
	8	○極値のない3次関数のグラフをかく。 ○極値をもつ条件から3次関数を決定する。	・ $f'(a) = 0$ は、極値をもつための必要条件であるが十分条件ではないことに気付かせる。 ・ 定数が定まっても、条件を満たすことを確認させる。	知識・理解③（ノート） 導関数の符号が、グラフの増減を表していることを理解している。	
	9	○関数の最大値と最小値を求める。 ○関数の最大・最小の応用として体積が最大になる場合を考える。	・ 増減表を定義域の範囲で書き、端点における y の値を記入させる。 ・ 極値は局所的なもので、最大・最小は大域的なものであることを注意させる。	関心・意欲・態度②（振り返りカード） 微分法を用いて、グラフをかくよさに気付こうとしている。	
	10	○3次方程式の実数解の個数についてグラフを用いて考察する。 ※確認テストに取り組む。	・ 方程式の解の個数とグラフと x 軸の共有点の個数とが一致することを思い出させる。 ※3次関数のグラフと x 軸に平行な直線の共有点の個数に置き換えて考えさせる。	見方や考え方④（振り返りカード・確認テスト） 方程式の解の個数を、グラフと x 軸との位置関係に読み替えて考察することができる。	
	11	○関数の増減を調べることにより、不等式の証明をする。	・ $f(x) > g(x)$ の証明は、 $F(x) = f(x) - g(x)$ とおかせる。 ・ 条件の範囲で、増減表を用いて、最小値 > 0 を示すことに注意させる。	表現・処理④（小テスト） 方程式や不等式において、グラフと x 軸との位置関係を用いて処理することができる。	
	12	○節末問題に取り組む。	・ 微分法の既習内容を基にいろいろな問題を解かせる。	知識・理解②③、表現・処理②③④（ノート） 正しく解くことができる。	
第 3 節	積 分 法	13	○導関数と不定積分の関係や不定積分の性質について理解し、不定積分を求める。	・ 不定積分（原始関数）は一つではないことをおさえる。 ・ \int と dx は対で用いられる記号であり、単独では意味をなさないことに注意させる。 ・ 微分することで検算する習慣をつけさせる。	知識・理解⑤（ワークシート） 不定積分において積分定数が必要であることを説明できる。
		14	○導関数が与えられた場合の関数の決定を考える。	・ 導関数 $F'(x)$ だけからでは、 $F(x)$ は無数に定まるが、更に初期条件があることで積分定数が定まることに気付かせる。	知識・理解④（ノート） 微分法の逆演算としての不定積分の意味を理解している。
		15	○面積と不定積分の関係について考察する。 ○定積分の定義を理解する。 ※パフォーマンス課題に取り組む。	・ 面積 $S(x)$ は関数 $f(x)$ の1つの不定積分であることをおさえる。 ・ 定積分では、どの不定積分を選んで計算しても結果は変わらないことを理解させる。	見方や考え方⑤（振り返りカード） 定積分と図形 の面積の関連について考察することができる。 ※パフォーマンス評価
		16	○定積分の値を求める。 ○定積分の性質を証明する。	・ 定積分は不定積分から得られる1つの実数であることをおさえる。	表現・処理⑤（ノート） 定積分の値を求めることができる。

17	○定積分で表された関数を求める。 ○上端が x である定積分が x の関数であることを理解し、関数および下端の値を求める。 ※確認テストに取り組む	・定積分が定数であることを確認する。 ・上端が x である定積分が x の関数であることを理解させる。	知識・理解⑥ (ワークシート・確認テスト) 定積分の計算方法を理解し、上端が x である定積分が x の関数であることを説明できる。
18	○曲線と x 軸の間の面積および2つの曲線の間の面積を求める。	・曲線の上下関係が重要であることを確認する。 ・ x 軸を直線 $y = 0$ と考えさせる。	表現・処理⑥ (ノート) 図形の面積を定積分で表し、求めることができる。
19	○2曲線で囲まれた部分の面積や x 軸より下側にある場合の面積を求める。 ○ $f(x) - g(x)$ の符号が変わる場合の面積を求める。	・面積を計算した値が負になった場合は間違いであることを確認する。 ・グラフを丁寧に書く習慣をつけさせる。	知識・理解⑦ (ワークシート) 面積の求め方を理解しており、正しく求めることができる。
20	○絶対値のついた関数の定積分を求める。	・絶対値のついた関数のグラフを理解させたくえで面積を考えさせる。	表現・処理⑤ (ノート) 定積分の値を求めることができる。
21	○節末問題に取り組む。	・積分法の既習内容を基にいろいろな問題を解かせる。	表現・処理②⑤⑥, 知識・理解④⑤⑥⑦ (ノート) 正しく解くことができる。
22	○章末問題に取り組む。	・微分法および積分法の既習内容を基にいろいろな問題を解かせる。	表現・処理④⑤⑥, 知識・理解④⑤⑥⑦ (ノート) 正しく解くことができる。

5 本時の学習

(1) 目標

曲線の接線の方程式を求めることができるようになる。

(2) 評価基準

「数学的な見方や考え方②」（観察・確認テスト・振り返りカード）

（基準B）定点から曲線に接線を引くとき、接線の方程式を求めることができる。

（基準A）定点から曲線に接線を引くとき、ある接点における接線が定点を通ると読み替えて、接線の方程式を求めることができる。

(3) 展開

過程 (時間)	学習活動【学習形態】	主な発問・指示等	指導上の留意点及び評価 ※プロジェクトの視点	備考
導入 5分	1 本時の課題を確認する。 (1) 直線の方程式の復習。 【一斉】	○接線の方程式を考えます。 ○接線はどんな図形か。 ○直線の方程式を求めるためには何が必要であったか。	○生徒が思い出しやすいような話をする。 ○周りとは相談する場をつくる。	プリント
展開 35分	2 例題を考える。 例題4 放物線 $y = x^2 - x + 2$ 上の点(2, 4)における放物線の接線の方程式を求めよう。			プリント
	(1) 接線の傾きを考える。 【個人】	○何がわかっている、あと何がわかればできるか。	○グラフをかかせ、題意を把握させる。	教科書 ノート プリント
	(2) 接線の方程式を求める。 【個人】	○微分係数の図形的意味は何であったか。	※どうして通る点と傾きがわかれば直線の方程式が求められるのかを考えさせる。	
	3 公式をまとめる。 【個人】	○接線の方程式を公式として表してみよう。	○周りとは相談する場をつくる。	
	4 練習10を解く。 (1) 解答を確認しあう。 【個人】→【グループ】	○練習問題に取り組んでみよう。	○人のを写すだけにならないようにする。	
	5 応用例題1を考える。			
	応用例題1 関数 $y = x^2 + 4$ のグラフに点(1, 1)から引いた接線の方程式と接点の座標を求めよ。			プリント
	(1) 解答を考える。 【個人】 (2) 友人と相談する 【グループ】 (3) 解答の確認をする。 【一斉】	○例題4との違いは何か。 ○円に接線を引いたことを思い出そう。 ○接点を(a, $a^2 + 4$)とおき、接線の方程式をつくってみよう。	○グラフをかかせ、題意を把握させる。 ○接点の座標がわかれば、接線の方程式が求められることを確認する。 ※接点を文字で表し、接線の方程式をつくり、その接線が定点を通ると読み替えさせる。	教科書
	6 練習11を解く。 (1) 解答を確認しあう。 【個人】→【グループ】	○練習問題に取り組んでみよう。	○周りとは相談する場をつくる。 ○てきぱきとさせる。	プリント
整理 10分	確認テスト（評価テスト）に取り組もう。			ワークシート
	7 確認テストに取り組む。 【一斉】	○確認テストを行います。	○個人で取り組ませる。	
	8 本時の学習を振り返る。	○振り返りカードで今日の学習を振り返ろう。	○振り返りカードに自己評価を記入させる。	振り返りカード

