

三平方の定理を用いたニュートンリング解析

～新たな解析法の開発～

熊本県立宇土高等学校 科学部物理班

要旨

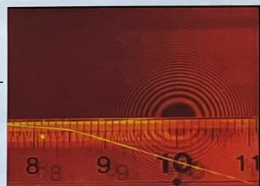
我々は、ニュートンリング装置(ナリカ製 NR-MN, 曲率半径 $R=10\text{m}$)を用いた実験を行った際、測定したデータは測定精度が比較的高いにもかかわらず、レンズの曲率半径 R の値に大きなばらつきがあることに疑問を持ち、ばらつき原因を調べることにした。誤差の要因として、付属の解説書には「調節ねじを外してガラス面を離すと空気中の微細なごみの影響が生じる」、また、二木ら¹⁾の研究には「ねじ止めの圧力によってレンズのわずかな歪みによって曲率半径がばらつくため、歪まないように固定すべき」と書かれている。そこで、装置を新たに購入し、光源には波長がわかっている Na-D 線を用い、測定時は環の直径 D を測定する。結果、中心 ($m=0$) の暗環を出現させる際に生じる調節ねじの圧

力によりレンズは歪み、さらに、レンズと平面ガラス板の接触点は「沈み」が生じるため、顕微鏡測定したとしてもレンズの曲率半径 R はばらつくことがわかった。歪みを防ぐのは不可能とわかり、歪み等が生じて曲率半径を求める方法はないかと研究を行った。その結果、Geogebra でプログラミングし、確認したところ、曲率半径のばらつきは、測定ミスではなく、圧力によるレンズの歪みにより、曲率半径が大きくなっていること、また、圧力によるレンズの沈み込み具合によって、中心付近の暗線は次数 m が確定できないことが新たにわかった。さらに、環半径の任意の2点の規則性を発見し、環間隔定数 C と定義したことで、この C 値により、レンズの歪みや沈み込みがあっても曲率半径を求められることを突き止めた。

動機、目的

スライドガラスを重ね、指で押さえると、円や縦縞の模様が見えたことから興味を持ち、同じ原理であるニュートンリングに興味を持った。ニュートン環^{*}を装置の中心に出現させるために調節ねじで調整しながら観察していると、円形のリングが中心から次々と湧き出るように出現することに気がついた。この現象に惹き込まれ、そのしくみを調べることにした。また、顕微鏡測定を行っても、ニュートンリング装置のレンズの「歪み」や「沈み」によって暗環半径 r から曲率半径 R を算出できないことがわかった。そのため、レンズの歪み等が生じて曲率半径 R を求めるための新たなシステムを開発することにした。

*ニュートンリング (ニュートン環、Newton's rings) とは、接触させた2つの凸レンズもしくは、凸レンズと透明な平面ガラス板に光を当てたときに観察される同心円状のリングのこと。



方法

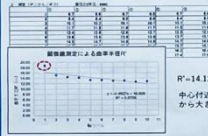
【方法】
装置はナリカ製 NR-MN ($R_0=10\text{m}$)、光源は Na-D 線を用い、暗室で行う。
1 真上から観察するため、ニュートンリングの中心が暗になるようにセットする。
2 デジタルノギスを用いて、ニュートン環の直径 D を測定する。
3 同様に、顕微鏡を用いて測定する。

※計算には、 Na-D 線の波長 589.3nm (平均値)を用いる。



結果

曲率半径 R を求める ①: デジタルノギス測定



②: 顕微鏡測定



デジタルノギス、顕微鏡ともに $R \approx 14\text{m}$ で一致し、標準偏差 (SD) も小さい。しかし、相対誤差 λ は、 $\lambda = (14.13-10)/10=41\%$ と非常に大きい。何かがおかしいのでは?

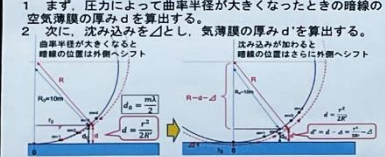
測定のミスではなく、何か根本的な要因があるのでは?

- 1 ニュートンリング装置における誤差の可能性
(① 取扱いによる)
レンズを外すと空気中の埃やごみが挟まってしまふ
→ 新たに購入した装置を使用し、外さずに使用している。
(② 二木ら¹⁾の先行研究による)
ねじ止めの圧力によって、レンズのわずかな歪みや、平面ガラスが沈んでしまうため、歪まないように固定すべき、と書かれている。
→ レンズの歪み等が原因の可能性、大!
- 2 1 次の暗線が出現していない可能性
歪み込みによって次数 m がずれている?
曲率半径 R (mm) 対次数 m

次数 m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
曲率半径 R (mm)	0.00	2.43	3.43	4.20	4.86	5.43	5.95	6.42	6.87	7.28	7.66

曲率半径 R (mm)	0.00	3.33	4.20	5.07	5.95	6.86	7.74	8.60	9.45	10.29	11.13
次数 m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Excel や GeoGebra を用いてレンズの歪み状況を可視化する



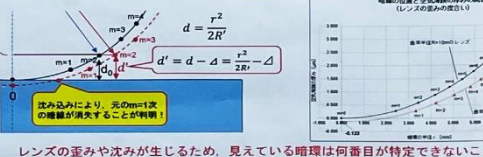
圧力による、0 次の沈み d や、曲率半径の歪みを考慮したときの曲率半径 R を導出

$$R^2 = (R - d - d')^2 + r^2 \quad 2dR + 2dR - 2dd' + d^2 + d'^2 = r^2$$

$$2R(d + d') - 2dd' = r^2 \quad 2R(d + d') = r^2 + 2dd' \quad R = \frac{r^2 + 2dd'}{2(d + d')}$$

次数 m	曲率半径 R (mm) (①)	曲率半径 R (mm) (②)	曲率半径 R (mm) (③)
0	0.00	0.00	0.00
1	2.43	2.43	2.43
2	3.43	3.43	3.43
3	4.20	4.20	4.20
4	4.86	4.86	4.86
5	5.43	5.43	5.43
6	5.95	5.95	5.95
7	6.42	6.42	6.42
8	6.87	6.87	6.87
9	7.28	7.28	7.28
10	7.66	7.66	7.66

各次数の半径から導出した曲率半径:
 $R = 12.00\text{m}$ (平均)



レンズの歪みや沈みが生じるため、見えている暗環は何番目が特定できないことが判明!

考察

“歪み”や“沈み”が生じて曲率半径が変化しても、求める方法はないか?

$$r = \sqrt{m\lambda R} \dots \textcircled{1} \text{ より, } m+n \text{ 番目の暗環半径 } r' \text{ は, } r' = \sqrt{(m+n)\lambda R} \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } r'^2 - r^2 = n\lambda R \text{ と書けることから, } r'^2 - r^2 = (\sqrt{n\lambda R})^2 \dots \textcircled{3} \text{ と書ける。}$$

ここで、 $C_n = \sqrt{n\lambda R}$ とおく。 C_n は、暗環の本数 n 及び、波長 λ 、曲率半径 R で定まる定数であることがわかる。また、 C_n は、 $C_n = \sqrt{r'^2 - r^2} \dots \textcircled{4}$ と書ける。このことから、最低、半径の2点がわかれば曲率半径 R が求められる。

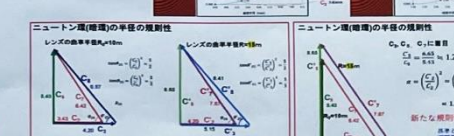
次数 m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
曲率半径 R (mm)	0.00	2.43	3.43	4.20	4.86	5.43	5.95	6.42	6.87	7.28	7.66

次数 m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
曲率半径 R (mm)	0.00	2.43	3.43	4.20	4.86	5.43	5.95	6.42	6.87	7.28	7.66



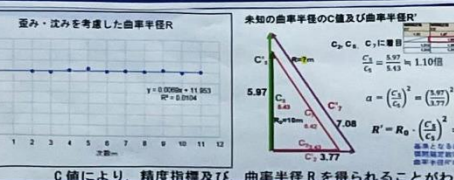
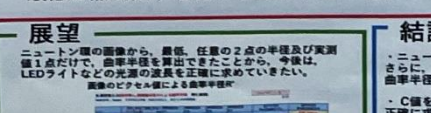
$$r'^2 - r^2 = (\sqrt{n\lambda R})^2 \dots \textcircled{3} \text{ より, } r'^2 - r^2 = (\sqrt{n\lambda R})^2$$

$$\rightarrow \text{三平方の定理を利用できることが判明!}$$

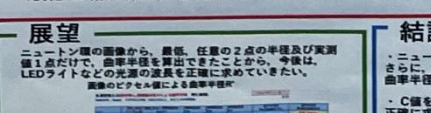


レンズの歪みや沈みが生じるため、見えている暗環は何番目が特定できないことが判明!

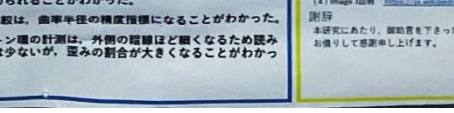
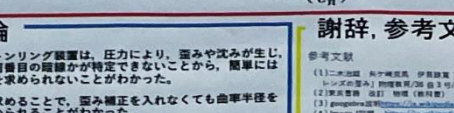
未知の曲率半径の、 C 値 (環間隔定数) と曲率半径 R を求める



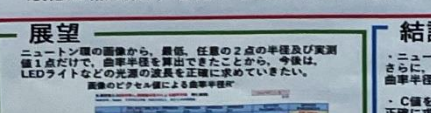
未知の曲率半径の、 C 値 (環間隔定数) と曲率半径 R を求める



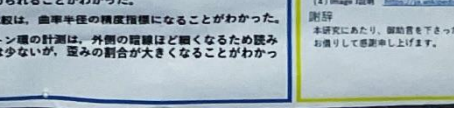
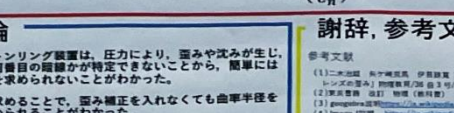
未知の曲率半径の、 C 値 (環間隔定数) と曲率半径 R を求める



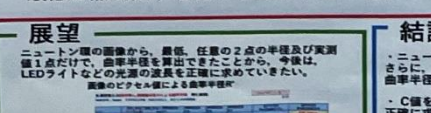
未知の曲率半径の、 C 値 (環間隔定数) と曲率半径 R を求める



未知の曲率半径の、 C 値 (環間隔定数) と曲率半径 R を求める



未知の曲率半径の、 C 値 (環間隔定数) と曲率半径 R を求める



未知の曲率半径の、 C 値 (環間隔定数) と曲率半径 R を求める

