

球形レンズに潜む2つの焦点

熊本県立宇土中学・高等学校 高校2年 光研究班
大黒 心結 石田 寧音 瀧口 きらら

【要旨】

水溶液中に沈めた高吸水性ポリマー（消臭剤などに使われている透明な球体）が太陽光によって作り出される影の模様の変化を、光の屈折や球体レンズの焦点に着目し研究を行う。屈折する光を可視化することが難しかったため、シミュレーションを作成した。まずは、空気中を平行に入ってくる光が屈折率の異なる円形の物体に入射する状況を想定する。物体の半径、スクリーンまでの距離、相対屈折率を設定し、その値に応じた光がスクリーンに映る位置 y' を求める式を導出した。スクリーンに映る光の強度をヒストグラムを使って表し、物体からスクリーンまでの距離による光の強度の違いを求めた。その後、シミュレーションで出た結果と実測を比較を行った。

1. 導入

(1) 研究の背景

水を含んだ高吸水性ポリマーを水に沈め太陽光を当てると、高吸水性ポリマーの影の中心には光が集まり、周りが暗くなる現象が見られた。この模様は物体からスクリーンまでの距離によって変化し、水に砂糖を加え水溶液の濃度を変化させていったときも模様が変わることを発見した。このことから、水溶液中における屈折の様子に興味を持った。

(2) 目的

相対屈折率の違いによる光の軌道や光が強く当たっている場所、球体レンズの焦点に着目し、光の屈折によって作られる影の模様が変化した原因を解明することを目的とし、研究を進める。

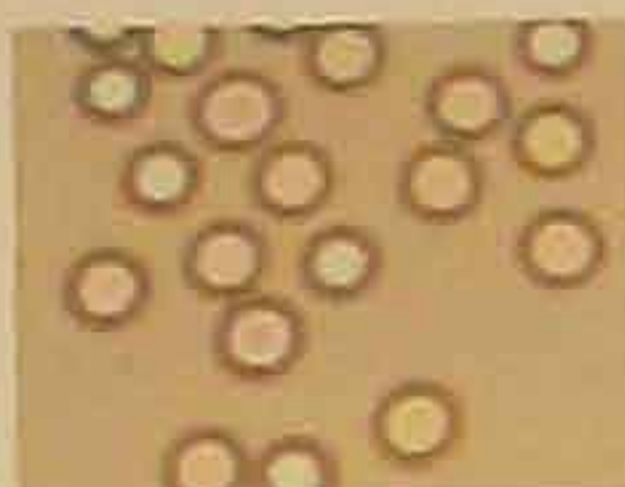


図1 高吸水性ポリマーによって作られる模様

2. 方法

実験1

レンズに平行に入った光がスクリーンに映る位置を公式によって求める。円柱の半径を r 、相対屈折率を n とし、入射する光の高さ y からスクリーンに映る位置 y' を導出する。

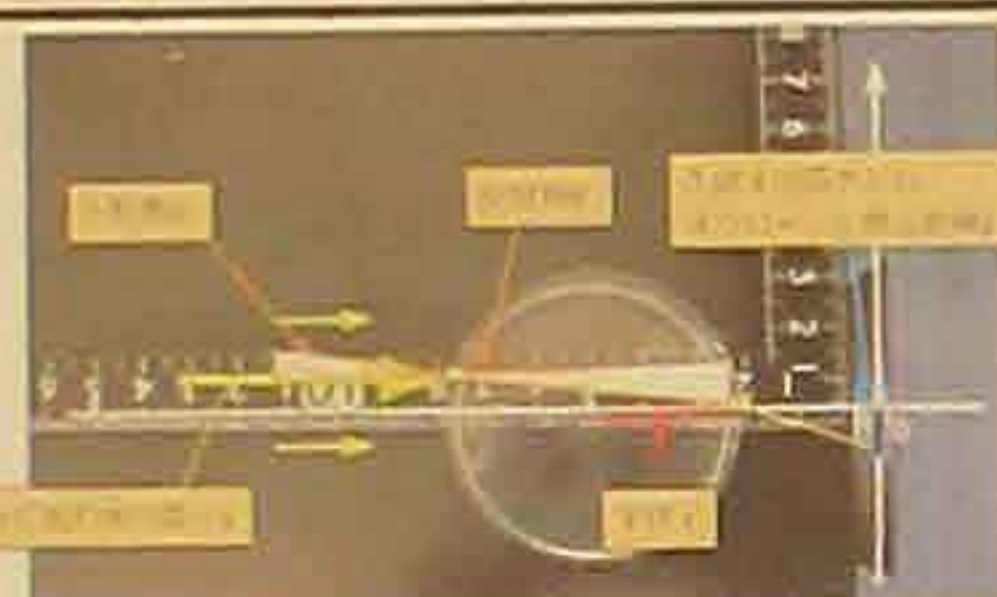


図2 公式の導出に使用する物理量

実験2

予備実験で視覚的に光の様子を観察することが難しかったため、Google スプレッドシートを用いてシミュレーションを作成する。実験1で導出できた公式をもとに、関数を用いて入射する高さに応じたスクリーンの投影位置を出力する。その後、スクリーンに映る光の強度（光波が運ぶ単位面積あたりのパワー）をヒストグラムに表し、物体からスクリーンまでの距離による光の強度の違いを求めた。今回のシミュレーションでは、実測に使用したアクリルの円柱をもとに、円の半径は 2.5cm 、空気との相対屈折率 n を 1.49 として計算を行う。



図3 シミュレーションで使ったスプレッドシート

実験3

実験1で作成したシミュレーションと実測の比較を行った。スクリーンと光源の間にガラスを置いてスクリーンとガラスの距離を変化させながらスクリーンに映る光の様子を観察した。



図4 実測の様子

3. 結果

実験1 光の公式化

半径を r 、光が入射する高さを y とおくと、 $\sin\theta$ は y/r と表すことができる。黄色の三角形は二等辺三角形となり、内角と外角の性質より、青色の3角形の左側の角は $2(\theta - \theta')$ となる。青色の3角形の三角比の性質より、光がスクリーンに投影される位置を求めることができる。

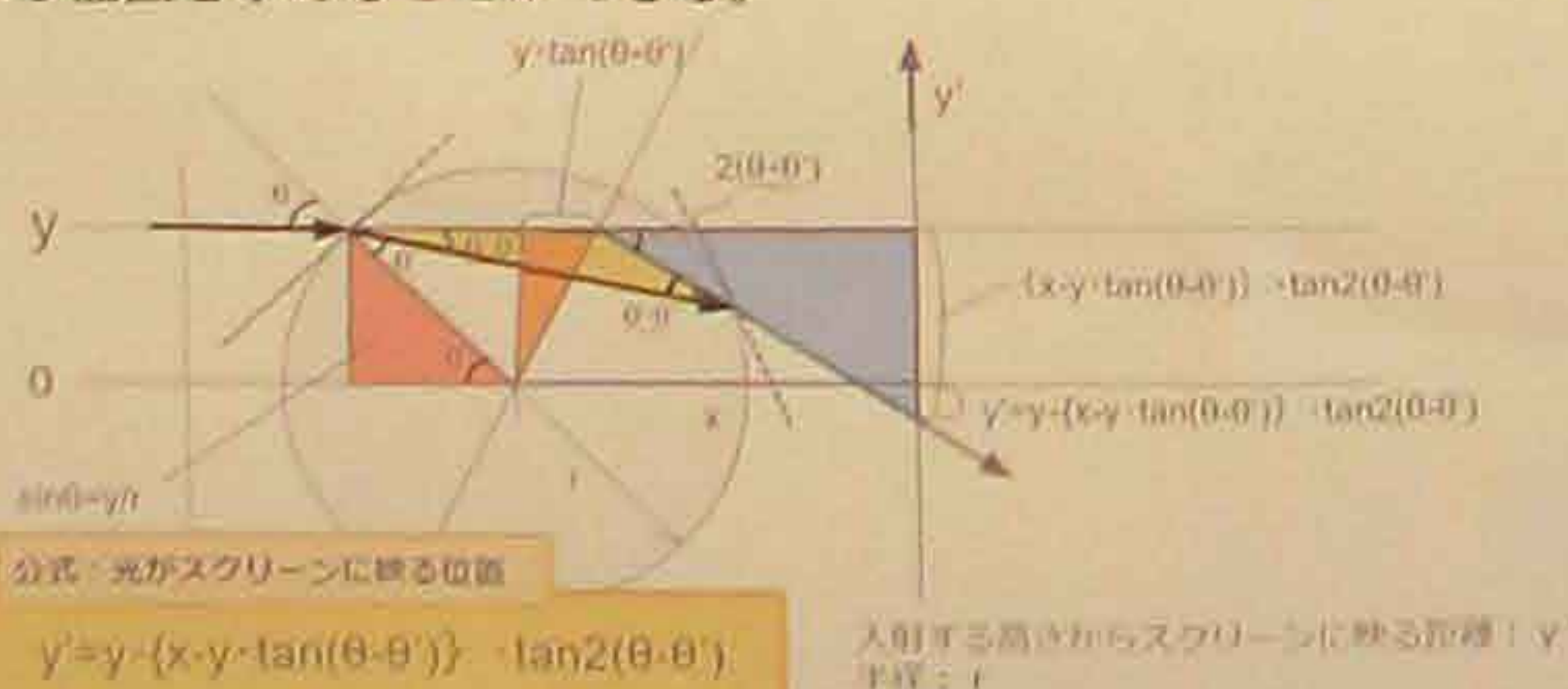


図5 公式の導出

実験2 シミュレーションの作成

ヒストグラムをシミュレーションから作成した。光の強度分布がレンズとスクリーンの距離によって変化することが分かった。また、最も光の強度が大きくなる場所は、スクリーンまでの距離が 3.7cm の時になることが分かった。

物体半径 r [cm]	スクリーンまでの距離 q [cm]	相対屈折率 n
2.5	3.7	1.49

実験3 シミュレーションと実測の比較と解析

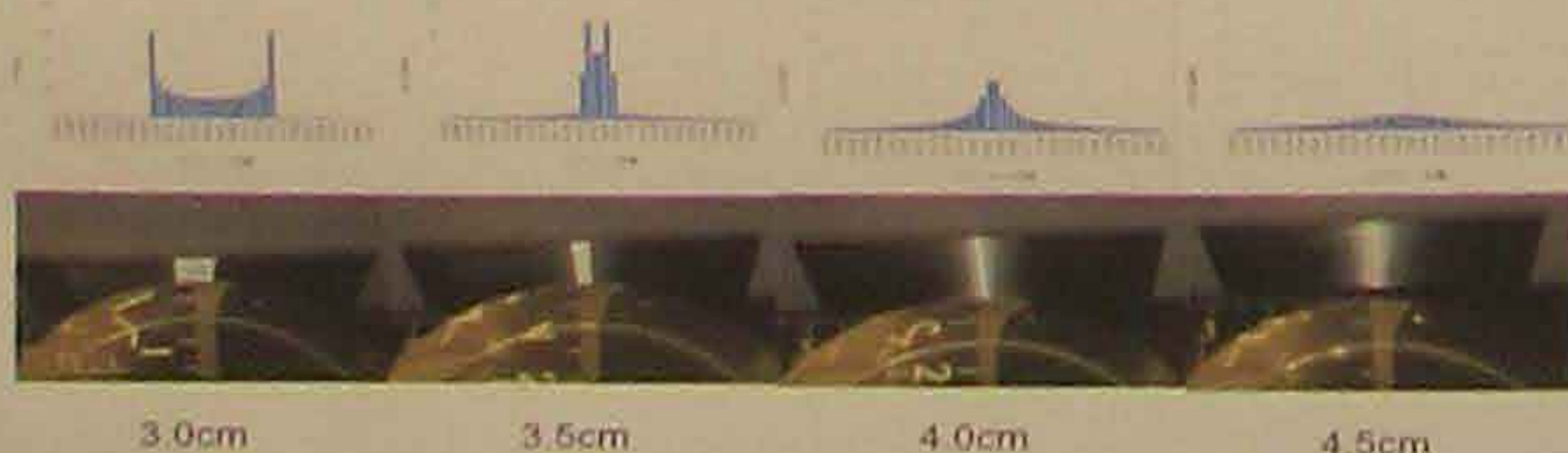


図6 シミュレーションと実測の強度分布の比較

レンズとスクリーンの距離を 0.5cm ごとに離して離していき、測定を行った。シミュレーションの結果は実測の画像を比較すると、光の強度分布が酷似していることが分かる。

4. 考察

考察1

今回の実験の結果、球形レンズによる光の強度分布は特徴的な2つのパターンがあることが分かった。

① 中心の明線

ヒストグラムの光の強度が最も強いところの光がどこから入射したものをシミュレーションでの数値を参考に調べた。スクリーンまでの距離が 3.7cm のとき、原点を基準に光が入射したときの高さ y 、 $+1 \sim -1\text{cm}$ の幅を並行に入射した光が $0.02 \sim -0.02$ のスクリーンの中心に光が集まっていることがわかった。

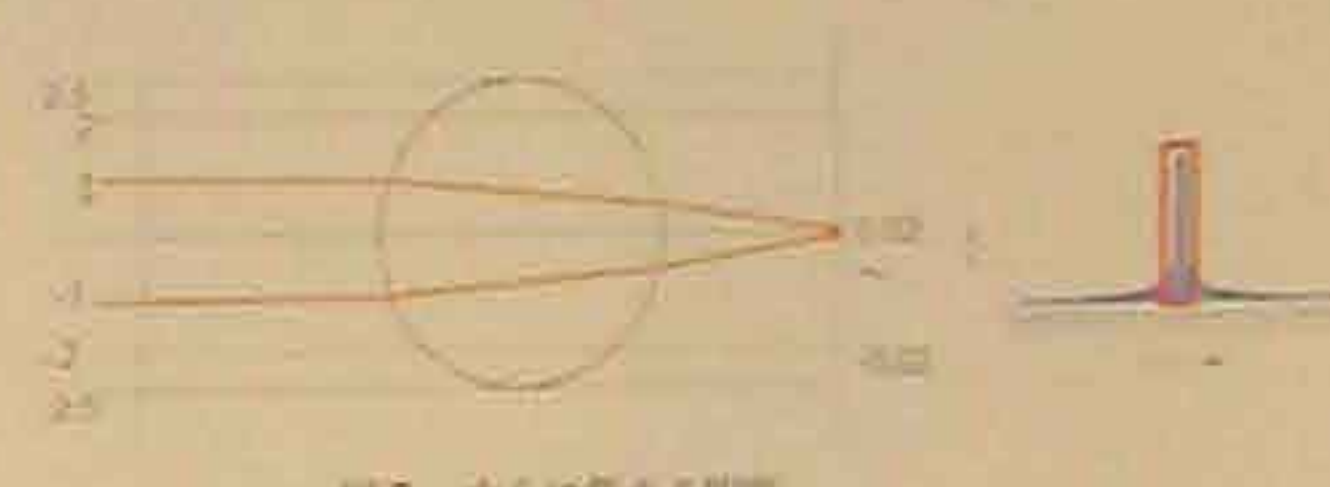


図7 中心に集まる明線

② 両端の明線

また、スクリーンまでの距離が 3.3cm のとき、原点を基準に光が入射したときの高さ y 、 $1.84 \sim 1.81$ の光が $-0.08 \sim -0.10$ 、 $-1.81 \sim -1.84$ の光が $0.08 \sim 0.10$ とスクリーンのサイドに光が集まっていることがわかった。

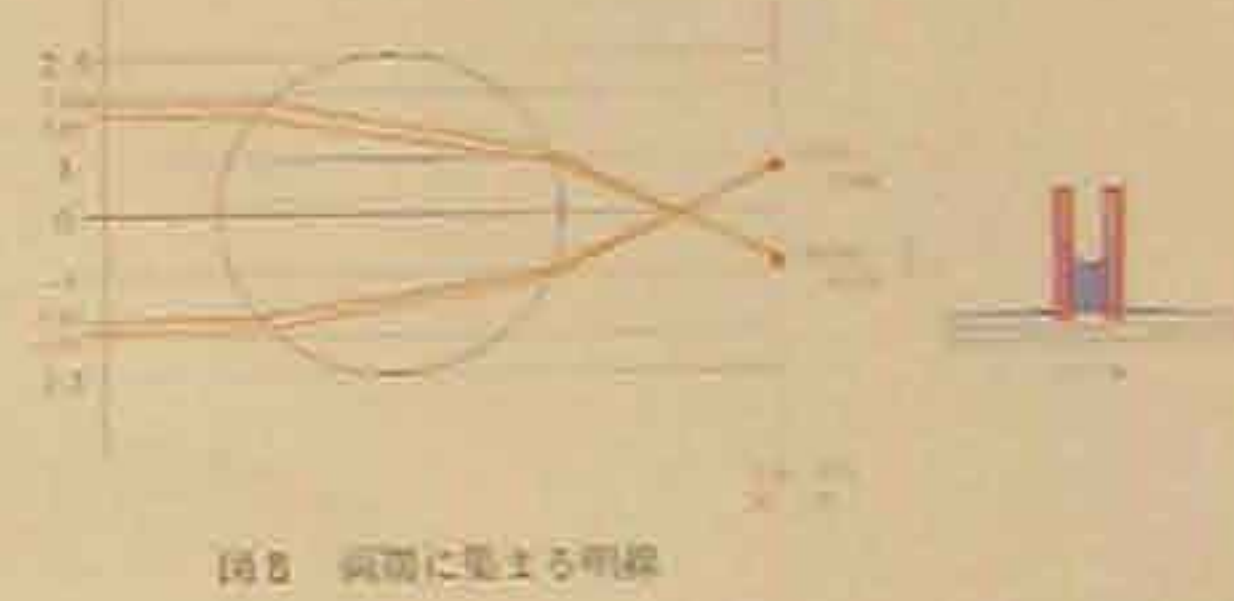


図8 両端に集まる明線

これらの結果から、中心部分を通った光は 3.7cm の中心で光を強めあい、レンズの側面を通った光はスクリーンの手前で交差して 3.3cm のところで光を強めあっていることがわかった。

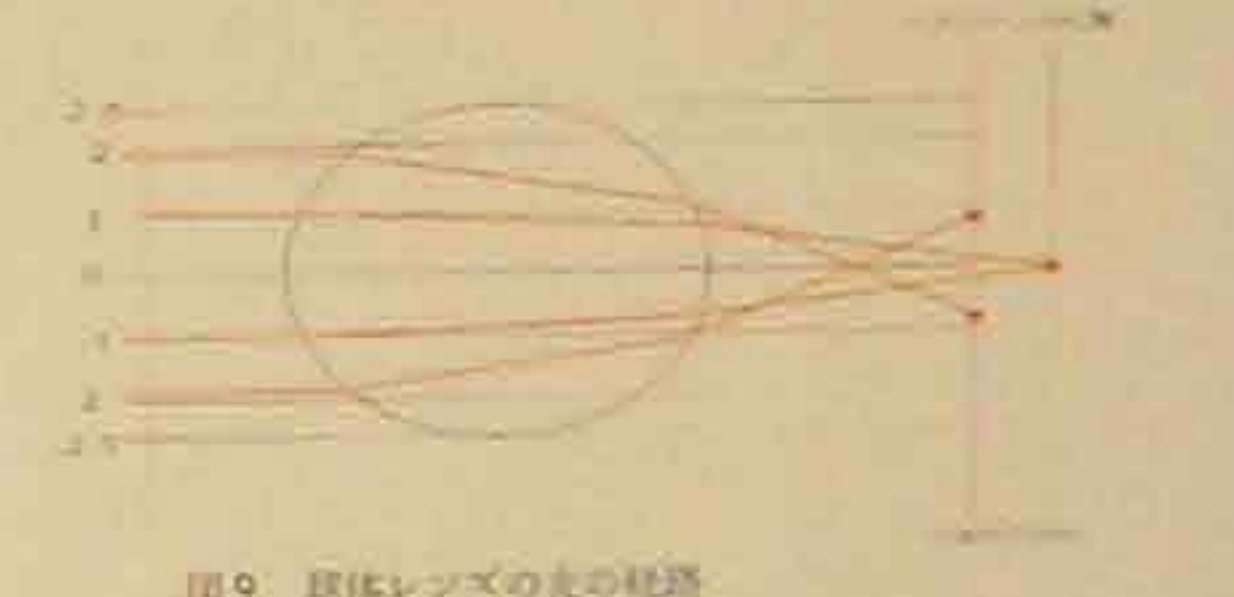
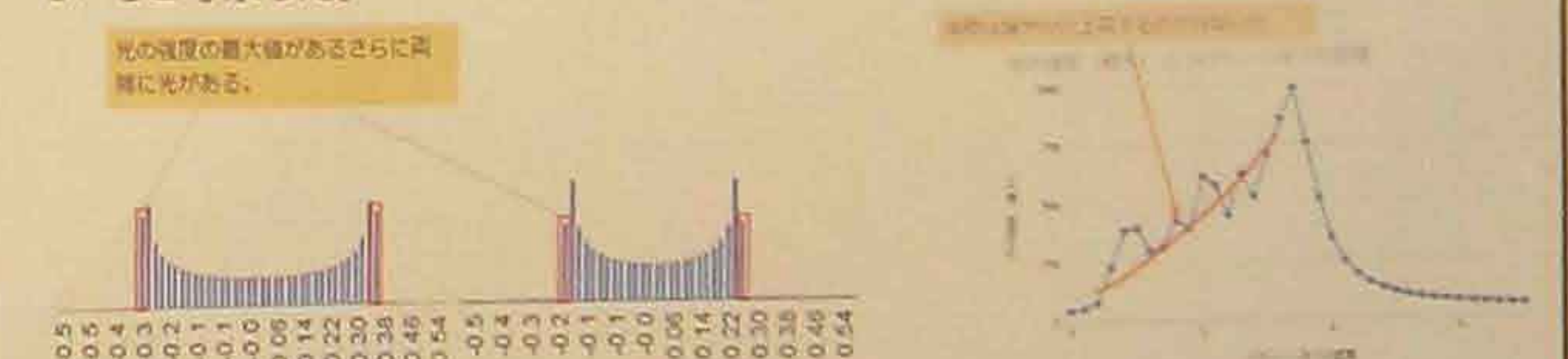


図9 球体レンズの光の経路

考察2

各スクリーン位置で最も大きい強度の値を記録していき、スクリーンまでの距離が $2.0 \sim 5.5\text{cm}$ のときの、光の強度が最も強い値の、ヒストグラムを作成する。我々は、なぜグラフの数値にばらつきがあるのか疑問に思い、スクリーンまでの距離が $2.7\text{cm} \sim 3\text{cm}$ のときの光の強度に着目した。すると、 2.7cm と 2.9cm のときに値が少なくなっており、どちらのグラフも、最も大きい値のさらに両端に光があることがわかった。そのことから、実際は両端の光の強度が大きくなっているが、ヒストグラムの範囲を区切ってしまう性質からデータにばらつきが出ているのではないかと考えた。つまり、光の強度は 3.7cm まで徐々に大きく、 3.7cm で最大、そこから徐々に弱くなっていると考えた。



考察3

高吸水性ポリマーに光を当て、スクリーンにできた光と影の模様を見ると、最初は中心に集中していたが、スクリーンの距離を遠ざけると5つに分かれた。（これは、使用したライトの光源が5つあるから）高吸水性ポリマーが球体であることから、今回分かった円柱のアクリルレンズでの光の軌道が三次元化されたことが考えられた。高吸水性ポリマーを使用してもシミュレーションと一致した。



5. 結論

教科書などの説明で用いられるレンズでは、平行に入った光は1点に集まる性質がある。しかし、球形のレンズでは、レンズの中心を通った光とレンズの側面を通った光では光を強め合う位置（焦点）が異なるという結果が得られた。工業で使われているレンズは生産性の観点により球形レンズを使用されることが多い。球形のレンズの光の性質を知ることによって、様々な分野に応用できると考えている。

6. 今後の展望

明環の幅とスクリーンまでの距離の関係から相対屈折率を求め、水溶液の屈折率や糖度などの測定ができるのではないかと考えている。

実測で光の強度が最大になる位置を見つけるのは難しく、明環の幅は測定しやすいことから、明環の幅から相対屈折率を容易に求めることができるのではないかと考えている。

