第中学校
80

優賞

樹木における数学の規則性とフラクタル構造

八代市立第一中学校
2年 野元優奏

1 研究の動機

昨日 猛烈な暑さの続く日本列島。「どのような工夫をすれば、熱中症予防に効果があるのだろうか」と考えたときに、ふと2021年東京オリンピックの夏を思い出した。当時暑さ対策として、ところどころにすき間のある不思議なデザインの建造物が用いられていた様だ。これは**フラクタル構造**と呼ばれるもので完全に影となる場所とはっきりフラクタル構造の作る影のほうが人は涼しく感じるのだという。そしてそれは木陰の涼しさからヒントを得て設計されているという。

本当に木陰や人工的フラクタル構造の影は、ただの影よりも涼しいのだろうか。

また、木陰について調べていくうちに、木の枝や葉は無秩序に伸びているのではなく"規則性"があることを知った。特に私が気になったのは**フィボナッチ数列**との関係である。フィボナッチ数列とは、0と1で始まり、以降 その前の2つの項の和となる数列である。

(0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,80,144,233,377,610,987,1597……など)

木陰と形成する葉は、フィボナッチ数列とどのように関連しているのだろうか。

また、フィボナッチ数列と関係があるとされている**黄金角**(1周360度を黄金比に分けた角のことで その数値は約**137.5度**である)は、樹木の葉と関係があるのだろうか。

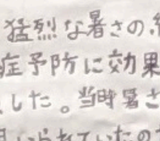
そして それらの要素が絶妙に合わさって作られる木陰の自然なフラクタル図形と、人工的なフラクタル構造から作り出される影は、一体どちらがより涼しいのだろうか。

それらの疑問を中心に、調べてみようと思った。

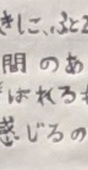
2 研究の方法と研究結果

〈準備するもの〉

①カメラ(バラの木の葉の枚数を記録するときに使用)



②非接触式電子温度計(アスファルトの温度を計測するときに使用)



研究1

〈手順〉 バラの木から一年のうち花や葉をたくさんつけて栄える5月に種類ごとに葉の枚数を数えたり葉の付き方を観察し、それぞれの葉の枚数がフィボナッチ数列と関連があるかを調べる。(一本の木における葉の付き方にも違いが見られるかどうかも知るために、葉が生い茂る時期である5月に調査を行うことにした。)

〈仮説〉 バラの木は種類が違っていても バラ科というくくりは同じなので全ての葉は同じ枚数で生えているのではないか。その枚数はフィボナッチ数列中のどれかに当てはまるのではないか。

研究1 結果

○で囲んでいるのは、フィボナッチ数列中の数

研究1の結果から分かったこと

バラの木であれば種類は違っても全て一律に同じ枚数になるというわけではなく種類によってついている枚数が異なる。また、同じ木の葉でも上部・中部・下部とで枚数が違うものが多く見られた。主に下部になるほど葉の枚数が多く、9枚や7枚などが見られた。一番多い枚数が多かった木はサンジョウバラで13枚であった。3枚、5枚、13枚などフィボナッチ数列中に出てくる数の枚数もあるが、7枚や9枚などフィボナッチ数列とは関連の無い枚数の出現も見られることから、「バラの木の葉の枚数は常にフィボナッチ数列中の数となる」とは言えないことが分かった。

研究2

バラの木におけた葉序を調べ、それらがフィボナッチ数列に従って配列されているか、それらの角度は黄金角となっているかを調べる。(研究1と異なり、研究2では、葉の枚数ではなく、葉序 その角度を調べることに焦点を置いたので枝や葉の本来の形状がむき出しとなる7月に調査を行うことにした。)

〈手順〉 様々な種類のバラの木の葉の付き方について、基準の葉から真上の葉まで何回転しているかまたそこまで何枚の葉があるかを調べ、その数値から角度を計算する。

〈仮説〉 バラの木の葉の付き方はフィボナッチ数列との関連性が必ずあり、その角度は全て黄金角となるのではないか。

研究2 結果

※基準の葉から真上の葉まで何回転しているかを(X)、そこまで何枚の葉があるかを(Y)とし、葉序を X/Y とした場合

【葉序1/3(120度)のバラの木】※関度の計算 (360×1)÷3=120度

○ロアルド・ダール ○ピンク・タイアド ○ベッシ・ホンボン ○ブルゥのリッセス・ミチコ ○ホー ○ロビュール・ドウロンサル ○サマーリング ○ホスト・ドールキ・リス・ユトリロ ○スウェル ○オ・レジュール ○レモン・フーラン ○ナーンソール ○ホロ ○コンス・ドウ・ビゼ・ル ○テルト ○ツルラらら ○ピリ・ス・フレスティエ ○アルテラミ ○羽根 ○シネルアライト・ランプラー ○イーリーズ・ゴールデン・ランプラー ○レフドール ○ラウウン・フロッシュス・フレガリータ ○ロゼッドルフ ○ハートスホップ ○ウィラ・ローズ ○センチ・ドエア ○ジョンフレア ○ジュード・ジ・オンズキュア ○ホ・ドレーン・ジュ ○ピュ・ア・プロータム ○アンクレッジロ・ス ○ジャンジュアス・シスター・フェチャイルド ○ブラン・ティッシ・ス・ジュ ○ル・ルズ・ダーウン ○フィリッター・アンズ・フレッド ○サッレディーズ・ブラッシュ ○ハイドホル ○ジュン・キスナン ○伊達の舞り子 ○オリヴエ・ロ・ランジュ

【葉序2/5(144度)のバラの木】※関度の計算(360×2)÷5=144度

○ベニーチュ ○ベルロマンティク ○ホワイ・モア・ベル ○ムリッラ・ルペッチュエ ○ティスタ・スドゥルズ ○ウリーナ ○ロコフ ○マニエルジュランジビル ○ブランボワーズ・バニーユ

※研究1・2 調査場所:エコパーク水俣バラ園 調査時期:5月(研究1) 7月(研究2)

研究2の結果から分かったこと

この種類のバラの木を対象に調査をしたところ、それらが1種類 が1/3葉序の120度角、この種類が2/5葉序の144度角であった。バラの木は1/3葉序が多いことが分かった。また、葉序を X/Y とした場合の数値 X(3と5) Y(1と2) どれもフィボナッチ数列中の数となっている。しかし角度は120度、144度となるので黄金角ではない。

研究3

バラの木以外の様々な樹木の葉序を調べ、それらがフィボナッチ数列に従って配列されているか、それらの角度は黄金角となっているかを調べる。

〈手順〉 様々な種類のバラの木以外の樹木について、研究2の手順と同様の方法で調べる。

〈仮説〉 バラ以外の樹木の葉の付き方にも必ずフィボナッチ数列や黄金角との関わりが見られるのではないか。

研究3 結果

※基準の葉から真上の葉まで何回転しているかを(X)、そこまで何枚の葉があるかを(Y)とし、葉序を X/Y とした場合

【葉序1/3(120度)の樹木】○ツルボウシュ ○ムクゲ・ゼ・ノメイコン ○チイラウ・ケラ ○クスノキ ○ケヤキ ○シマトネリコ ○アビビ ○チヅコ ○モッモ・ヒカイ ○スダジイ ○モアレイラ ○ネズミモチ ○ヤマツバキ ○ミニズバイ ○クロボ ○サカキ ○ヒニツタリリキ ○ヤエヴグラ ○ヤマブキ ○サザンカ ○ナンテン ○白バハ・キイマーク ○エリキ ○アカバナキイマンキク

【葉序2/5(144度)の樹木】○ケヤキ ○ヤマモモ ○タイサンボク ○モッコウ ○ジュコ ○ビイヨウイボタ ○ホルトキ ○ヒラドツツジ ○ムラサキシキブ ○ヒクレイラ ○ヤビツ ○ヤンラバイ ○エゴノキ ○アジサイ ○フリリすすキ ○ヤマツバジ

※研究3 調査場所:熊本市動植物園、鹿児島市城山公園、八代市未来の森ミュージアム、八代市役所
調査時期:4月・7月・8月

研究3の結果から分かったこと

1種類の樹木を対象に調査をしたところ25種類が1/3葉序の120度角、16種類が2/5葉序の144度角であった。バラの木だけを調査した研究2では葉序が2つあったが、研究3では葉序が1つしかなかった。研究2と同じく、角度は黄金角とはならなかったが、新しい傾向を見つけることができた。バラの木の葉序の数値X、Yを比べると、研究2と同じく、角度は黄金角とはならなかったが、新しい傾向を見つけることができた。バラの木の葉序の数値X、Yを比べると、X部分、Y部分同士の数値を足してみると、3と7となる。これを計算すると、3+7=10 135度の関度となり、黄金角137.5度に近くなる。実際に、葉序の樹木があるような場所や時期をずらして調査したことに関わらず、今回の調査では見つけることができなかった。しかしそれぞれの樹木が持つ葉序の数値には全て黄金角と繋がりのある数となっていることが分かった。

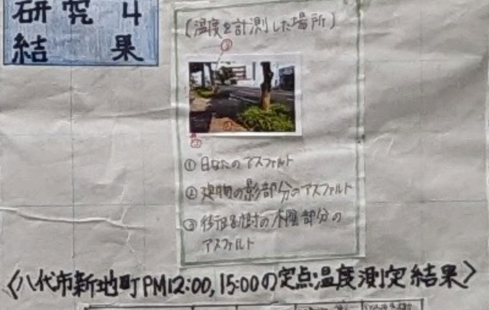
研究4

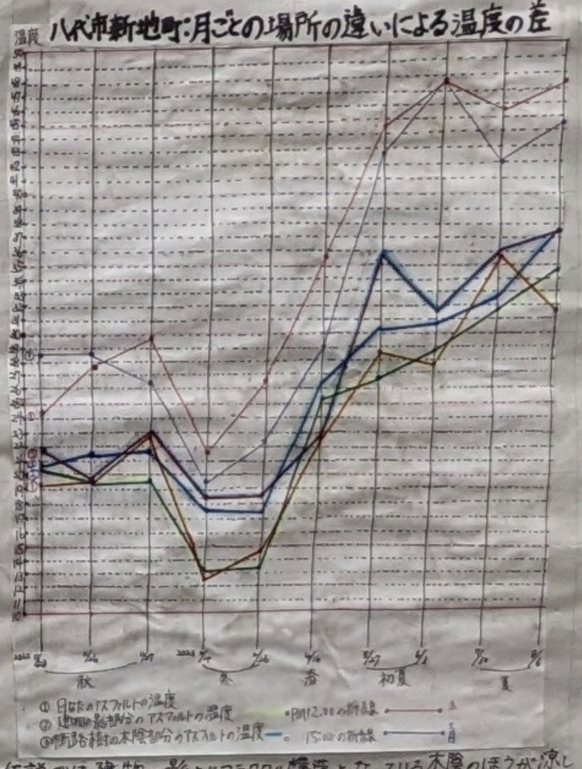
季節ごとに、校区内の定点、(八代市新地町)で日なた・建物の影・木陰の3箇所のアスファルト上の温度を調べ その差を比較する。

〈手順〉 校区内(八代市新地町)定点において、晴れた日の午後12:00と15:00にそれぞれの場所でアスファルト上の温度を計測し、その数値を表やグラフにまとめる。

〈仮説〉 木陰はどちらかに日の光が入っているが、自然に作り出された影である ことやフラクタル構造であることを考えると、どの季節においても建物の陰より温度が低くなるのではないか。

研究4 結果





〈八代市新地町 PM12:00, 15:00の定点温度測定結果〉

測定した日にち	時間	日なたの温度	建物の影のアスファルトの温度	伐採された樹木の根元のアスファルトの温度
2022年4月28日(木)	12:00	20.2	19.1	21.7
	15:00	21.4	20.1	20.7
2022年5月26日(木)	PM12:00	27.6	19.3	19.5
	15:00	28.5	19.5	21.5
2022年7月27日(水)	PM12:00	28.5	23.8	23.7
	15:00	28.5	19.7	21.7
2022年8月8日(月)	PM12:00	21.7	12.5	13.6
	15:00	13.5	13.2	16.2
2022年9月26日(月)	PM12:00	25.8	14.9	15.5
	15:00	22.3	13.4	17.6
2022年9月28日(水)	PM12:00	35.7	22.6	22.7
	15:00	32.2	25.2	26.3
2022年10月27日(木)	PM12:00	28.5	23.7	25.7
	15:00	27.8	23.7	30.7
2022年11月18日(金)	PM12:00	27.5	27.3	31.5
	15:00	27.8	23.7	30.7
2023年1月26日(木)	PM12:00	25.7	25.8	36.0
	15:00	26.0	31.2	32.9
2023年3月16日(木)	PM12:00	27.5	31.8	37.2
	15:00	29.5	29.7	32.6

研究4の結果から分かったこと

仮説では、建物の影よりフラクタル構造となっている木陰のほうが涼しさを感じられるのではないかと思っていたが、実際は木陰よりも建物の影のほうが涼しく感じられるのではないかと思った。春や秋は建物の影と木陰の温度にそれほど差の無いが、冬と夏には温度の差が大きくなり、特に夏は木陰よりも建物の影のほうが涼しく感じられるのではないかと思った。また、夏は日なたよりも建物の影の温度のほうが低くなっていることが分かった。

研究5

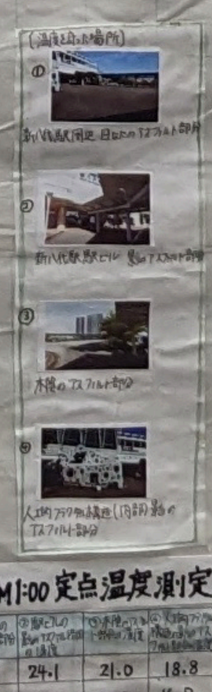
毎月新八代駅にて日なた、駅ビルの影、木陰、人工的フラクタル構造の建造物の影のアスファルト上の温度を調べ、その差を比較する。

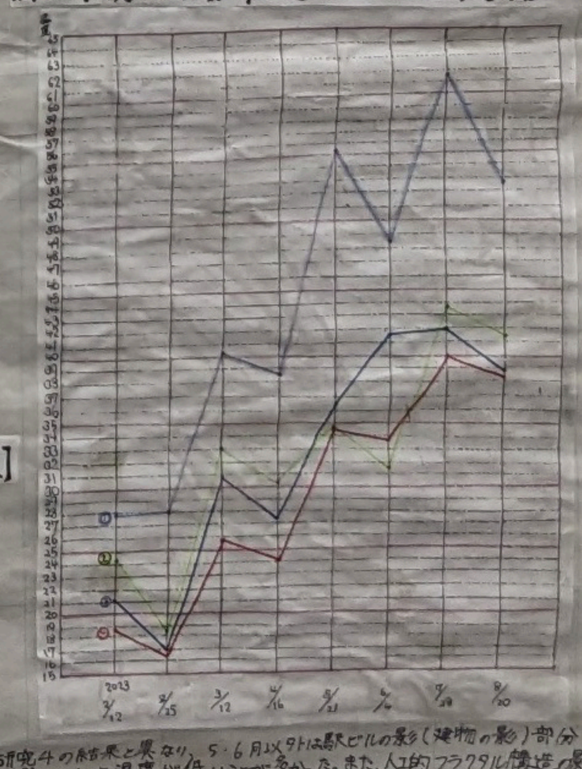
〈手順〉 毎月新八代駅にて晴れた日の13:00にそれぞれの場所で温度を計測し、その数値を表やグラフにまとめる。

〈仮説〉 木陰と人工的フラクタル構造の建造物の影はそれぞれの特フラクタル図形の形状が異なるが、温度に差はないのではないか。どちらも駅ビルの影部分より温度が低くなるのではないかと思うが、人工的フラクタル構造の影は、木陰よりすき間から入る日の光が多いため、木陰より温度が高くなるのではないだろうか。

研究5 結果

(温度を計測した場所)





〈新八代駅 PM1:00 定点温度測定結果〉

測定した日にち	日なたの温度	駅ビルの影のアスファルトの温度	人工的フラクタル構造の影のアスファルトの温度
2019年4月18日(木)	27.9	24.1	21.0	18.8
2019年5月16日(木)	28.0	18.1	19.0	16.2
2019年7月18日(木)	40.1	33.0	30.9	25.8
2019年8月1日(木)	38.5	30.3	27.4	24.0
2019年9月12日(木)	55.1	34.9	36.4	34.6
2019年10月17日(木)	46.4	31.5	41.6	33.6
2019年11月21日(木)	61.4	43.5	42.0	40.0
2020年1月16日(木)	52.7	44.4	38.8	38.0

研究5の結果から分かったこと

研究4の結果と異なり、5・6月以外は駅ビルの影(建物の影)部分より木陰のほうが温度が低いことが分かった。また、人工的フラクタル構造の影の温度は6月を除けばどの月でも他の定点の場所と比べて一番低かった。つまり、人工的フラクタル構造の影は、木陰よりも涼しく、日なたよりすき間から入り やすいことから、木陰より温度が上がりやすい というわけではないことが判明した。また、人工的フラクタル構造の影の及ぼす涼しさへの効果については、7月28日の計測において日なたより21.4度も低い温度となっていることから涼しさへの効果の高さが分かる。

3 考察

研究1・2 から樹木の葉は無秩序に生えているのではなく、全て数学的規則性の元に成長していることが確認された。葉序や読められた数値は フィボナッチ数列中の数であり、開度の角度はどの角度も黄金角に繋がるような関連性を見ることができる。葉の枚数については、フィボナッチ数列と関係の無いものもあったが、下にいくほど葉の枚数が多く広がりが大きいことを確認することができた。樹木の葉がのびようと形に成長していくのは、全ての葉が重なり合わずに光を効率よく受光したり、葉や枝の強度を保たなければならないからだろう。樹木は自然の中で生きていくために、このように葉一枚をとっても数学的規則性に沿って成長しているところに、偶然では計り知れない自然の知恵の神秘を見ることができた。

研究4・5では、木陰の温度が場所によって建物の影よりも高かったり低かったりした。この理由としては気象条件や他にもそれぞれの場所の持つ条件の違いがあったのかもしれないが、それぞれの樹木の持つ枝や葉の形状によって10年木陰といっても、それぞれの樹木の持つ時間の違いにより1本1本のそれぞれの異なったフラクタル図形の影が作り出されていたことも原因のひとつなのかもしれない。また、人工的フラクタル構造の建造物の影や建物の影や木陰よりも低いことが多かったのは、やはり多くの木陰が作り出すフラクタル図形の影についての研究が重ねられ、より深くその効果の高いフラクタル構造が設計された上で作られているからなのではないかと考察した。

4 まとめ

樹木の持つ数学的規則性や樹木が形成するフラクタル構造の影が及ぼす涼しさへの高い効果についての理解を深めることができた。調べていけば調べていくほど自然の持つ計算された尽くされた知恵に驚かされることがありがたい。今回の研究を進めていくうちに、新しい疑問やより深い研究してみたいと思じる分野が更に広がって出てきた。今回の研究を足がかりとして、更に理解を深めていけるように、今後もこの分野で研究を続けてみたいと思った。このように植物や自然について研究することで今、地球が抱えている様々な環境問題にもつながるかもしれないと考えた。環境問題を解決する言葉で難しいことだと考えがちだが、身近な自然に目を向けることで意外な解決策が見つかるのではないだろうか。そしてそれは、もしかすると誰もが思いもよらないような簡単な方法で解決できるかもしれない。環境問題解決の一歩として自然の知恵に目を向けることは有効といえるだろう。