論理的，統合的・発展的に考える力の育成に向けた算数科・数学科学習の充実

指導主事　守永　雄一　　研究協力校　熊本県立鹿本高等学校　教諭　田淵　耕司
指導主事　浅井　重光

１　研究主題について

次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめでは,「カリキュラム・マネジメント」の視点から，学校教育目標や目指す資質・能力の育成に向け，各教科等がどのような役割を果たせるのかという視点を持ち，全ての教職員が参加し，学校の特色を創り上げていくことが重要であると示されている。

また，算数科・数学科においては，教科の目標の在り方として，小・中・高等学校教育を通じて育成すべき資質･能力を,「知識･技能」,「思考力，判断力，表現力等」,「学びに向かう力，人間性等」の三つの柱に沿って明確化し，実生活との関わりを意識した数学的活動の充実を図っていくことが求められている。また，算数科・数学科において育成を目指す「学びに向かう力，人間性等」について,「数学的な見方や考え方」を通して社会や世界にどのように関わっていくかが大きく作用していることから,「数学的な見方や考え方」は，三つの柱すべてに働くものであり，かつ全てを通して育成されるものとして捉えられている。このことより，算数科・数学科において,「数学的な見方や考え方」を育むことは,「これからの社会に求められる資質・能力」の育成につながると考える。「数学的な見方や考え方」については「事象を数量や図形及びそれらの関係に着目して捉え，論理的，統合的・発展的に考えること」と整理してある。

さらに，資質・能力の育成には学習活動が重視されており，児童生徒の「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善が求められている。算数科・数学科においては，数学的に問題解決する過程（事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決し，学習過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程）を具現化する授業が求められる。

研究協力校の県立鹿本高等学校の学校教育目標は「心身を鍛え，知性を磨き，徳性を涵養して社会に役立つ人材を育成する」である。また，目指す生徒像に「三綱領『自主自律・質実剛健・師弟同行』のもと，知徳体の調和のとれた人間」を挙げられている。そこで，学校教育目標，目指す生徒像の実現に向け，数学科で育成する資質・能力を「根拠を持ち，論理的に考え，問題解決する力」と設定し，その育成に向け，数学的に問題解決する過程を重視する授業の充実を図った。

２　研究の視点

(1) 視点１について

視点１「学びを引き出す」では,「問いを引き出す問題及び問題提示」,「協働的に学ぶ場の設定」等を手立てとし，授業の充実につなげていく。

「問いを引き出す問題及び問題提示」では，日常や既習とのつながりを意識した問題づくりを行う。また，算数・数学の系統的であるという教科の特性を生かし，前時の学習や既習事項とのつながりを意識する。また，本時の問題と日常の場面を関連付けたり，得られた結果と既習の知識を結び付けたり，得られた結果を意味づけたりすることに取り組む。

「協働的に学ぶ場の設定」では，活動の目的を教師と児童生徒が共有し，本時の目標の達成はもちろんのこと，資質・能力の育成を目指す。本時の問題解決に向けて，見通しを持つ場でペアでの活動を取り入れたり，共同解決の中で班やグループの活動を設定したりと学習形態の工夫を図る。

(2) 視点２について

視点２「学びを振り返る」では，「活動の目的の共有」，「適用問題の活用」，「ノート，学習シートの工夫」等を手立てとし，授業の充実につなげていく。

「活動の目的の共有」では，本時のねらいに迫るために，ペアや班，グループ等での活動の目的を明らかにし，その目的を児童生徒と共有し，主体的，対話的な学びの充実を図る。また，「適用問題の活用」については，本時のねらいにリンクした適用問題を授業に位置付け，本時の学習内容の理解状況を見取る。

また，「ノート，学習シートの工夫」では，問題解決の過程を，式や図，表，言葉等を用いて記述し説明に生かしたり，本時の問題解決に有効だった考え方を振り返り，記述したりできるようにすることで，思考力や表現力を伸ばすことを目指す。

(3) 視点３について

視点３「学びを支える」では，「教科の特性を生かした導入」，「問題解決の各過程の充実に向けたＩＣＴの活用」等を手立てとし，授業の充実につなげていく。

内容の系統性や学習の連続性が明確であるという教科の特性を生かし，児童生徒が本時の問題を考える上で必要な既習事項を確認したり，問題や課題の把握に向けＩＣＴを活用して視覚的に示したりすることが，児童生徒の本時の学習への学びをそろえ，自力解決の充実につなげていく。

また，ＩＣＴの活用については，思考過程の共有化をより効果的にしたり，自分の考えを友達に説明・表現する学習活動の充実につなげたりと，各過程の充実に活用していく。

３　研究の実際

検証
高等学校第２学年　単元名　「ベクトル」

(1) 本単元の授業設計

①　本単元のねらい（目標）

ベクトルは，高等学校学習指導要領解説数学編数学Ｂの内容(3)「ベクトルの基本的な概念について理解し，その有用性を認識するとともに，事象の考察に活用できるようにする」をねらいとしている。

ここでは，ベクトルの基本的な概念について理解し，ベクトルの有用性を認識するとともに，事象の考察に活用できるようにする。また，具体的な問題解決のために，ベクトルの知識を用いようとする態度とその技能を養う。

これらの学習は，問題解決のために多方面から事象を考察したり，意欲的に問題を解決しようとしたりする資質・能力の育成につながり，鹿本高校のつけたい力（資質・能力）の「自ら意欲的・自主的に学ぶ態度や力」，「様々な課題に対し，論理的に考え，解決する力」，「周囲の人々にすすんで働きかける力」の実現にもつなげることができる。

②　三つの視点について

視点１の「学びを引き出す」については，問題解決するために必要なことを明確にして，理由や根拠となることを論理的に説明させるために発問を工夫する。

視点２の「学びを振り返る」については，思考過程を言葉，図，数式を利用して表現させる。また，問題解決につながるよう既習事項を確認したり，本時の目標とリンクした適用問題を準備したりする。

視点３の「学びを支える」については，ＩＣＴの活用として問題場面の把握やヒントとなる図の提示を行う。また，お互いの意見交流の場として，ペアやグループでの活動を取り入れ，それぞれの考えをつなぎ，学び合うことができるよう工夫する。

(2) 指導の実際

前時までに，ベクトルと座標平面を関連させ，ベクトルが成分で表現できることを理解し，成分表示されたベクトルの大きさ，内積，なす角などの計算ができるようになった。

本時のねらいは，座標平面上の３点を結ぶ三角形の面積を，ベクトルの成分表示を利用するなど，様々な方法で求めることである。

導入時の課題把握では，座標平面上に３点を与

えたワークシートを生徒に配付して，どのようにして三角形の面積を求めるのか見通しを持たせた（図１）。

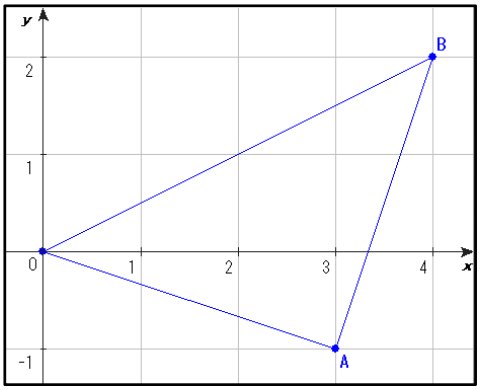

図１　ワークシートの一部

この課題は，多様な解決方法ができるものである。

①長方形から，直角三角形３個を切り取る解法，
②底辺（２点間の距離の公式）×高さ（点と直線の距離の公式）×２分の１を利用する解法，
③三角比（OA×OB×sinθ×２分の１）を利用する解法，
④三平方の定理から，∠A＝90°の直角三角形であることを発見する解法，
⑤ベクトルの内積から，∠A＝90°の直角三角形であることを発見する解法，などである。

学習活動は個人思考から始めた。それから集団思考を行うが，個人思考から集団思考へ移る際には，席を自由に移動して学び合うことを奨励しており，生徒は活発に意見交換をしていた（図２，３）。

図２　個人思考の様子

図３　集団思考の様子

集団思考により，様々な解法を生徒が共有したところで，教師からＩＣＴを活用してポイントを押さえた補足説明を行った。直接プロジェクターから黒板に投影することにより，板書の時間が短縮でき，かつ，重要な式などに色チョークでアンダーラインを引くことができた。このことにより，生徒は様々な解法を分かりやすく確認できた（図４）。

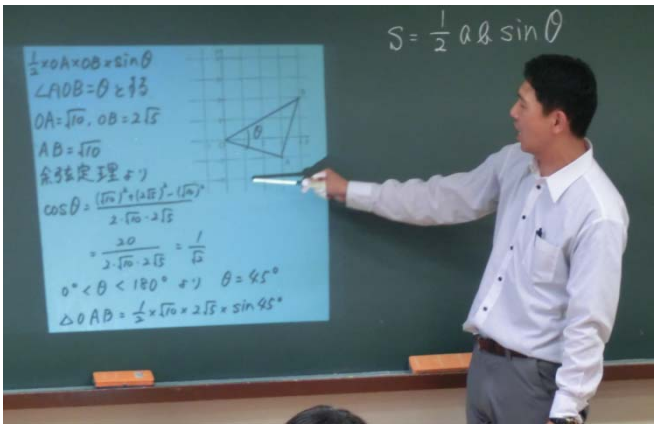

図４　ＩＣＴ活用の様子

次に，生徒はベクトル表記だけの三角形の面積公式の証明に取り組んだ。これは文字変形が多く，難易度が高いため，集団思考から始めた。教師は集団をよく観察し，作業が進まないグループにはヒントを与えた。生徒は集団思考を通して，学習した内容から式変形をすることができ，根拠をもって証明することができた。その後，教師がプロジェクターから投影して証明を確認した（図５）。

$$S=\frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$$

$\sin\theta>0$ であるから

$$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}$$

ゆえに $$S=\frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta=\frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\sqrt{1-\cos^2\theta}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2\cos^2\theta}$$

よって $$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$$

図５　生徒が取り組んだ証明の式

このあと，生徒は導入時の三角形を上記の公式に当てはめて，同じ答えになることを確認した。時間の都合上，もう１つのベクトルによる三角形の面積公式（(ad－bc)の絶対値×２分の１）については，次時で実施することにした。

整理では，三角形の面積を，様々な方法で求める適用問題を行い，定着を図った。

(3) 検証結果と考察

事前と事後に，学習に関するアンケートを実施した。数学科として取り組んでいただいており，普通科２学年の全生徒からアンケートを取ることができた（N＝194）（表１）。

表１　アンケート項目

質問番号	質問項目
①	自分は，数学の授業を通して知ったこと，できるようになったことが，他の授業や普段の生活の中で活用できるのではないかと考えるようにしている。
②	自分は，数学の授業の中で，これまでの学習や経験を活かして自分の考えを持つことができている。
③	自分は，数学の課題を解決するときに，１つのやり方だけでなく，別のやり方がないか考えるようにしている。
④	自分は，先生の話や，他の人の発表を聞いて，数学が前よりもおもしろいと思うようになった。
⑤	自分は，数学の授業で学んだことは，将来，社会に出たときに役に立つと思うことがある。
⑥	自分は，難しい数学の問題に出会ったときに，必要があれば他の人の力も借りて解決しようとしている。
⑦	自分は，数学の授業の中で，他の人の意見を聞いて，よいところを取り入れたり，改善点を指摘したりしている。
⑧	自分は，数学の公式や定理などを，自分の考えを持つために役立てている。
⑨	数学の授業の中で，先生や他の人に質問されたりアドバイスされたりすることによって，自分の考えが広がったり深まったりしている。
⑩	数学の授業の中で，グループ内で課題を考えたり，解決したりする方法を工夫して取り組むことがある。
⑪	自分は，新しい数学の問題や課題に出会ったときに，それを解いたり，解決したりしてみたいと思う。
⑫	自分は，数学の授業で何をしたかだけでなく，何を理解したか，何ができるようになったか振り返っている。
⑬	自分は，難しい数学の課題を解決するときでも，最後まで粘り強く取り組んでいる。
⑭	自分は，数学の授業を通して，「根拠を持ち，論理的に考え，問題解決する力」が高まっていると思う。
⑮	自分は，数学の授業を通して，三綱領「自主自律・質実剛健・師弟同行」のもと，知徳体の調和のとれた人間に近づいていると思う。
⑯	自分は，数学の授業は，なりたい未来の自分の姿に近づくために役立っていると思う。

アンケートは，以上の項目について，４件法（そう思う，まあまあそう思う，あまりそう思わない，そう思わない）で実施した。肯定意見（そう思う＋まあまあそう思う）に着目して，結果をまとめると，以下のとおりとなった（表２，図６）。

表２　肯定意見の結果（N＝194）

質問番号	事前 %	事後 %	差 (後－前)
①	33.3	40.7	7.4
②	56.3	62.4	6.1
③	47.9	53.6	5.7
④	53.6	57.2	3.6
⑤	52.6	58.2	5.6
⑥	80.6	78.8	－1.9
⑦	62.5	65.5	3.0
⑧	52.4	60.8	8.5
⑨	77.7	73.7	－3.9
⑩	66.0	65.5	－0.5
⑪	62.1	61.1	－1.0
⑫	40.3	51.5	11.2
⑬	49.7	51.8	2.1
⑭	44.5	57.7	13.2
⑮	38.7	50.5	11.8
⑯	67.5	76.3	8.7

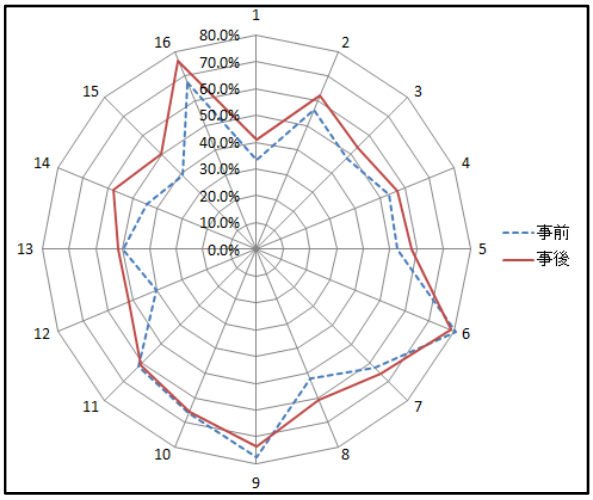

図６　アンケート結果（グラフ）

全体的に事後の方が,肯定意見が増加している。特に，10%以上増加した項目は,「⑫自分は，数学の授業で何をしたかだけでなく,何を理解したか，何ができるようになったか振り返っている」,「⑭自分は，数学の授業を通して,『根拠を持ち，論理的に考え，問題解決する力』が高まっていると思う」,「⑮自分は，数学の授業を通して，三綱領『自主自律・質実剛健・師弟同行』のもと，知徳体の調和のとれた人間に近づいていると思う」,である。⑫については，鹿本高等学校数学科が身につけさせたい資質・能力について，生徒にメタ認知させる指導が充実していることを示している。 ⑭は，鹿本高校数学科の目標である「根拠を持ち，論理的に考え，問題解決する力」を，生徒に身につけさせたことを示している。⑮は，鹿本高等学校の教育目標である三綱領「自主自律・質実剛健・師弟同行」のもと，知徳体の調和のとれた人間に近づいていることを示している。以上のことから，研究の視点に沿って取り組んだことによって，鹿本高校が目指す「つけたい力」（資質・能力）の育成が図られた。

課題は,「①自分は，数学の授業を通して知ったこと，できるようになったことが，他の授業や普段の生活の中で活用できるのではないかと考えるようにしている。」である。事後が増加しているとはいえ，約40%にとどまっている。このことは，次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめにもある「日常生活や社会の事象を数理的に捉え，数学的に表現・処理し，問題を解決し，解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する，という問題解決の過程」を，さらに充実させる必要があることを示している。高等学校の数学では，教科の性質上，毎時間の授業で実施することは難しいが,できるだけ社会とのつながりある内容や，教科横断的な日常生活を扱うような教材や問いの工夫を重ねていきたい。

４　研究のまとめ

本研究では授業づくりにあたり，各学校の学校教育目標及び目指す児童生徒像から，算数科・数学科の授業を通して育成を目指す資質・能力を設定した。その資質・能力は，小中高共通して「問題解決する力」に関係するものであった。そもそも「問題解決する力」は，算数・数学教育において,育成すべき不易の力である。今回の研究では，目指す資質・能力の育成に向けて,「どのように学ぶか（学び方）」に焦点を当てた授業づくりや授業実践を行った。このことが,「問題解決する力」はもちろんのこと，その先の学校教育目標や目指す児童生徒像に対しても，学校種によって多少の差が見られるものの，児童生徒の意識の変容が見られたことは成果であると考える。児童生徒に「どんな力を付けたいか」を教師が意識した実践を積み重ねることの大切さを確認できた。

今後の課題としては，次の２点が挙げられる。

①　取組の継続による資質・能力の高まりの検証

資質・能力は短い時間で獲得できるものではなく,その育成に向けた継続的な取組が必要である。学校教育目標や目指す児童生徒像に迫る授業実践を継続させ，検証していく必要がある。

②　深い学びのある授業の在り方

審議のまとめでは，これからの社会に求められる資質・能力の育成に向けての深い学びにつなげるには，教科特有の見方や考え方を働かせ，高めていく必要があると示してある。深い学びのある算数科・数学科の授業の在り方の追究が求められる。

《参考文献》

・文部科学省（2008）『小学校学習指導要領解説算数編』
・文部科学省（2008）『中学校学習指導要領解説数学編』
・文部科学省（2009）『高等学校学習指導要領解説数学編』
・教育課程企画特別部会『次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ』（平成 28 年８月）