

# 高等学校第1学年 数学科 学習指導案

期 日 平成25年10月1日(火) 第5校時  
 場 所 熊本県立鹿本高等学校 1年1組教室  
 指導者 教諭 山下 剛

## 1 単元名

数学I 第1章「数と式」 第4節「集合と命題」 10. 命題と証明  
 <数学I(数研出版)>

## 2 単元について

### (1) 単元観

本章は高校数学のスタートであり、高校数学の基礎が盛り込まれている。式の展開や因数分解を通して式の計算の技能を身に付けること、中学校までに扱ってきた数を実数としてまとめ、数の体系について理解を深めること、1次不等式を使っているいろいろな問題が考えられるようになること、集合の考え方を導入し、ものごとを論理的に証明するための表現方法を身に付けることなどは、今後、数学にとどまらず、自然科学、社会科学を学ぶときの基礎になる大切なことである。

この単元では、集合と命題について学習する。集合という概念は高校に入って初めて学習する事柄である。中学校までは集合的な考えは若干学んではいるが、それを表す用語は未習であり、様々な用語、記号を導入することによって、概念の明確化、抽象化、一般化を図る。また、数学で扱われる多くの事項は「 $p$ ならば $q$ 」という命題の形をしている。その真偽を意識し、判断ができるようになる(対偶を用いた証明法、背理法による証明法を含む)ことは、必ず身に付けさせるべきことである。さらに、論証の基礎となる必要条件、十分条件、必要十分条件についても、意味を正しく理解させる必要がある。

### (2) 系統観

中学1年	中学2年	中学3年	高校1年 (本時)	高校1年
(単元) 平面図形 (学習指導要領 の指導内容) B 図形	(単元) 図形の合同 (学習指導要領 の指導内容) B 図形	(単元) 図形の相似 (学習指導要領 の指導内容) B 図形	(単元) 集合と命題 (学習指導要領 の指導内容) 数学I (1) 数と式	(単元) 場合の数と確率 (学習指導要領 の指導内容) 数学A (1) 場合の数と 確率

### (3) 生徒観

- 本クラスは普通科体育コースであり、男子31人、女子2人、計33人である。
- 明るく元気がよく、授業中もこちらの質問に対し、何らかの答えを返してくれる。しかし、集中力が継続しないことも多い。クラス内での習熟度の差も大きく、自分で問題を解き進んでいく生徒もいる一方で、解答の方針をこちらが示すまで全く進まない生徒もいる。
- 9月現在、進学希望が20人、就職(公務員を含む)希望が13人である。進学先は、ほとんどがスポーツ関係の学科である。
- 5月に行った数学に関するアンケートの主な結果は、以下のとおりである。
  - ・数学の勉強が 好き: 60.6% 好きではない: 39.4%
  - ・数学の勉強が 得意: 36.4% 得意ではない: 63.6%
  - ・友達と考えを出し合う活動が 好き: 75.8% 好きではない: 24.2%
  - ・数学の授業で、充実しているのは (複数回答可) 自分力だけで答えを考え出すことができたとき: 75.8%  
 テストをやった点数がよかったとき: 69.7%  
 やることが分かったとき: 63.6%
  - ・数学の授業で、分からないところがあったときは 友達に聞く: 78.8%  
 先生に聞く: 45.5%

### (4) 指導観

- 集合は、概念が抽象的であると同時に、記号による取り扱いが多くなるので、常に具体的な例での指導を心がける。
- 命題の真偽や必要条件、十分条件などは、集合の包含関係の図と関連付けて直感的に理解させる。
- 対偶を利用する証明や背理法による証明などの間接証明法は、その考え方を理解させるように丁寧に指導する。
- 問題を解く過程で利用する図や記号などを、ノートやプリントなどにきちんと残させ、内的思考だけでは分かりにくい概念を可視化させておく。
- 先のアンケートの結果から分かるように、友達と意見を交換することが好きな生徒が、クラスの8割近くいる。そこで、班活動の時間を確保し、自分の意見を発表したり、他人の意見を聞いてまとめたことすることで、思考力・表現力等を伸ばし、学習内容の理解を促す。しかし、そういうことが苦手な生徒もいるので、そのような生徒でも発言しやすい問題を設定する。

【視点1】 思考力・表現力等の育成	【視点2】 学習評価と指導の改善	【視点3】 情報活用能力の育成
【視点1】言葉では分かりづらい概念を、ベン図などを用いて、視覚的に表現することで理解を深める。また、班別活動を取り入れ、友達との意見のやりとりを行うことで、自分の意見をきちんと述べられる力を養うことはもちろんのこと、他の人の考えを参考にできる力も養う。	【視点2】頭の中だけで考えさせるのではなく、ノートやプリントに図をかいて考えをまとめるように促す。プリントに残させた思考過程や自己評価表を活用することで、教師の実態把握に役立てる。パフォーマンス評価を行い、見えにくい学力の可視化を図り指導に生かす。	【視点3】本単元での重点項目は、論理的な思考の育成である。そのために、用語や記号を導入するが、一般的な例ではなかなか理解が進まない。具体的な例を示すことで、自分がこれまでに学んだ知識がどのように役立っているかに気付かせ、本単元の学習の有用性を感じさせる。

### 3 単元の目標と評価規準

単元の目標	集合と命題について理解させ、基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数学的に考察する能力を培い、数学のよさを認識できるようにするとともに、それらを活用する態度を育てる。
関心・意欲・態度	集合と命題の考え方に関心を持つとともに、数学のよさを認識し、それらを事象の考察に活用して数学的な考え方に基づいて判断しようとする。
数学的な見方や考え方	集合と命題において、事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、数学的な見方や考え方を身に付けている。
数学的な技能	集合と命題において、事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。
知識・理解	集合と命題の基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、基礎的な知識を身に付けている。

4 指導・評価の計画（10時間取扱い 本時8/10）

次時	学習活動	指導上の留意点 【三つの視点から】	評価の観点（評価方法） B基準
1	<p>○具体的な例を通して、集合の定義を理解する。また、要素を記号を用いて表す。</p> <p>○集合を、次の二つの方法で表す。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・要素をすべて列挙する。（外延的記法）</li> <li>・要素の満たす条件、あるいは性質を示す。（内包的記法）</li> </ul> <p>○二つの集合の包含関係や相等を考え記号を用いて表す。</p>	<p>外延的記法は具体的な要素が並ぶので生徒にも分かりやすいが、内包的記法では代表元を用いて表すというところで分かりにくさを感じると思われるので丁寧に指導する。</p>	<p><b>関心・意欲・態度（観察）</b> 条件を満たすものを集合の要素としてとらえることができる。</p> <p><b>数学的な技能（ノート）</b> ・集合の特徴によって、要素を列挙する方法と要素の満たす条件を示す方法を使い分けて、集合を表すことができる。 ・2つの集合の関係を記号を用いて表すことができる。</p>
2	<p>○二つ（または三つ）の集合をベン図に表す。</p> <p>○共通部分と和集合について理解し、記号を用いて表す。</p>	<p>共通部分、和集合、補集合（この後に学ぶ）は、命題や条件における「かつ」「または」「でない」の理解につながるため、確実に理解させる。</p> <p><b>【視点1】共通部分や和集合を求めるときに、単に要素を拾い上げるのではなく、きちんとベン図をかかせる。</b></p>	<p><b>数学的な技能（学習シート）</b> ベン図などを用いて、集合を視覚的に表現して処理することができる。</p> <p><b>知識・理解（ノート）</b> 共通部分、和集合、空集合について理解している。 3つの集合の共通部分、和集合について理解している。</p>
3	<p>○全体集合や補集合について理解し、記号を用いて表す。</p> <p>○集合ベン図に記入し、<math>A \cup B</math>、<math>A \cap B</math>などを求める。</p> <p>○上の結果を利用して、ド・モルガンの法則を理解する。</p>	<p>数学では考察の対象となるものの集合をはっきりとさせておくことが重要であることを強調する。</p> <p><b>【視点1】ベン図をもとにド・モルガンの法則に気付かせる。</b></p>	<p><b>知識・理解（ノート）</b> 補集合について理解している。 ド・モルガンの法則を理解し、利用できる。</p>
第4節 4	<p>○具体的な例を通して、命題の定義を理解する。また、その真偽を求める。</p> <p>○条件、仮定や結論などの用語の意味を理解する。</p> <p>○命題の真偽と集合の関係が分かる。</p> <p>○命題が偽であることを示すには反例を一つ示せばよいことを、集合と関連付けて理解する。</p>	<p>論理を正面から取り上げるのは初めてである。論理的な考え方の基礎となる事項であるため具体例を通して丁寧に指導する。</p> <p>命題が真のときは証明し、偽のときは反例を挙げればよいことを指導する。</p>	<p><b>関心・意欲・態度（観察）</b> 命題と条件の違いや、命題と集合との関係について、積極的に理解しようとする。</p> <p><b>数学的な見方や考え方（ノート）</b> 命題の真偽を、集合の包含関係に結び付けてとらえることができる。</p> <p><b>知識・理解（ノート）</b> 命題の真偽、反例の意味を理解し、命題が偽であることを示すには反例を一つ挙げればよいことが理解できている。 集合の包含関係や反例などを調べることで、命題の真偽を決定することができる。</p>

集合と命題	5	○具体的な条件の否定を求め る。 ○「かつ」「または」の否定 を求めらる。	「かつ」の否定, 「または」の 否定は, 前回学習した, ド・モ ルガンの法則と関連させて指 導する。 【視点3】「かつ」及び「また は」の否定は, 集合で学習した 「ド・モルガンの法則」と関連 していることに気付かせる。	知識・理解(ノート) 条件の否定を表す記号を理解し ている。 条件の否定, ド・モルガンの法 則を理解しており, 複雑な条件 の否定を求めることができる。
	6	○例題を解き, 必要条件, 十 分条件, 必要十分条件をきち んと理解する。	論理の山場ともいえる事項で あるので, 具体例を通して丁寧 に指導する。	知識・理解(ノート) 必要条件, 十分条件, 必要十分 条件, 同値の定義を理解してい る。
	7	○具体的な例を通して, 逆, 対偶, 裏の定義をきちんと理 解する。 ○もとの命題と逆の真偽が必 ずしも一致しないことを理解 する。 ○もとの命題と対偶の真偽が 必ず一致することを理解し対 偶を用いて命題を証明する。	真である命題の逆は真になる こともあるし, 偽になることも あるということを十分理解さ せる。	関心・意欲・態度(観察) 直接証明法では難しい命題も, 対偶を用いた証明法を用いると 容易に証明できることに興味関 心を示す。 知識・理解(ノート) 命題の逆, 対偶, 裏の定義と意 味を理解しており, それらの真 偽を調べることができる。 対偶を適切に利用し, 命題を証 明できる。
	8	○「課題学習」として, 命題 についての様々な問題に取り 組む。 ○パフォーマンス課題に取り 組む。	【視点1】班別活動を取り入れ 自分の意見を述べたり, 他の人 の考えを参考にしたりする場 面を設定する。 【視点2】パフォーマンス評価 と自己評価表を基に, これまで に学習した内容がきちんと身 に付いているか確認し, 今後の 指導に生かす。 【視点3】これまで学習した内 容を, どのように活用してい るかに気付かせる。	関心・意欲・態度(学習シート) 命題についての様々な問題に興 味関心を示す。
	9	○背理法のしくみを理解し, 命題を証明する。	間接証明法は生徒にとって初 めてで分かりにくいところ があると思われるので, 証明の手 順を丁寧に説明する。 結論を否定したとき, 矛盾する 事項が導けない生徒が見受け られるので, その点にポイント をおいて指導する。	関心・意欲・態度(観察) 直接証明法では難しい命題も, 背理法を用いると証明できるこ とに興味・関心を示す。 知識・理解(ノート) 背理法のしくみを理解し, 適切 に利用し, 命題を証明するこ とができる。
	10	○問題演習		

5 本時の学習

(1) 目標

前回学習した対偶をとることの有用性を確認し、三段論法と合わせて命題についての考えを深める。

(2) 展開

過程	学習活動	主な発問・指示等	指導上の留意点及び評価 【三つの視点から】	備考
導入 5分	1 問題1 (暗号) (1) 自力解決。 (2) 解答解説。	○どのような規則を見つけましたか。	○どうしてそのような結果になったか、きちんと説明できるように解答を残させる(以下の問題も同じ)。	
展開 40分	2 問題2 (対偶) (1) 自力解決。 (2) 班に分かれ、解答の手順を確認する。 (3) 班長に発表させる。  <b>【言語活動】</b> 自分の意見を発表したり、他人の意見を聞いて考えをまとめたりする。	○三人ずつの班に分かれるように指示する。  ○まず、一人で考えてみよう。 ○班に分かれ、自分の考えを述べよう。 ○解けなかった人は、友達の考えをまとめよう。	<b>【視点1】</b> 班内での交流を通して自分の考えを深めさせる。 <b>【視点3】</b> 答えを導くために使った手順が、前回学習した内容(もとの命題と対偶の真偽は必ず一致する)であることに気付かせる。	
	3 問題3 (三段論法)	○どのように答えを導きますか。	○三段論法について説明する。	
	4 問題4 (対偶+三段論法) (1) 自力解決。 (2) 班に分かれ、解答の手順を確認する。 (3) 班長に発表させる。	○まず、一人で考えてみよう。 ○班に分かれ、自分の考えを述べよう。 ○解けなかった人は、友達の考えをまとめよう。	<b>【視点1】</b> 班内での交流を通して自分の考えを深めさせる。 <b>【視点3】</b> 対偶をとること、三段論法を利用することの有用性を感じさせる。	
	5 問題5 (背理法) (1) 自力解決。 (2) 班に分かれ、解答の手順を確認する。 (3) 班長に発表させる。	○まず、一人で考えてみよう。 ○班に分かれ、自分の考えを述べよう。 ○解けなかった人は、友達の考えをまとめよう。	<b>【視点1】</b> 班内での交流を通して自分の考えを深めさせる。 ○「背理法」という証明方法があることを説明する。	
		○席を元に戻すように指示する。		

	<p>6 チャレンジ問題</p> <p>(1) 自力解決。</p> <p>(2) 発表させる。</p>	<p>○まず、一人で考えてみよう。</p> <p>○答えまでたどり着かなくてもいいから、自分の考えはきちんと残そう。</p> <p>○解けなかった人は、友達の考えをまとめよう。</p>	<p>【視点1】他人の説明を聞かせることで、自分の考えを深めさせる。</p> <p>【視点2】パフォーマンス評価により、学習した内容がきちんと身に付いているか確認する。</p> <p>【視点3】対偶をとること、三段論法を利用すること、矛盾を導くことの有用性を感じさせる。</p> <p>-----</p> <p>評価：関心・意欲・態度（学習シート）</p> <p>【B基準】命題に関する基本的な概念に関心を持ち、それらを事象の考察に活用しようとしている。</p> <p>【A基準】命題に関する基本的な概念に関心を持ち、それらを事象の考察に活用し、答えを求めている。</p> <p>-----</p> <p>〈B基準に達しない生徒への手立て〉</p> <p>○個別に既習事項を見直すよう支援する。</p>	
<p>整理 5分</p>	<p>7 今日の学習で分かったことをまとめ自己評価を行う。</p>	<p>○自己評価をしよう。</p> <p>○次回は背理法について学習します。</p>	<p>【視点2】言葉かけなどにより、正確に自己評価ができるようにする。</p>	<p>自己 評価 表</p>